

# Sisteme Încorporate

## Cursul 7

### Sisteme de control

Facultatea de Automatică și Calculatoare  
Universitatea Politehnica București

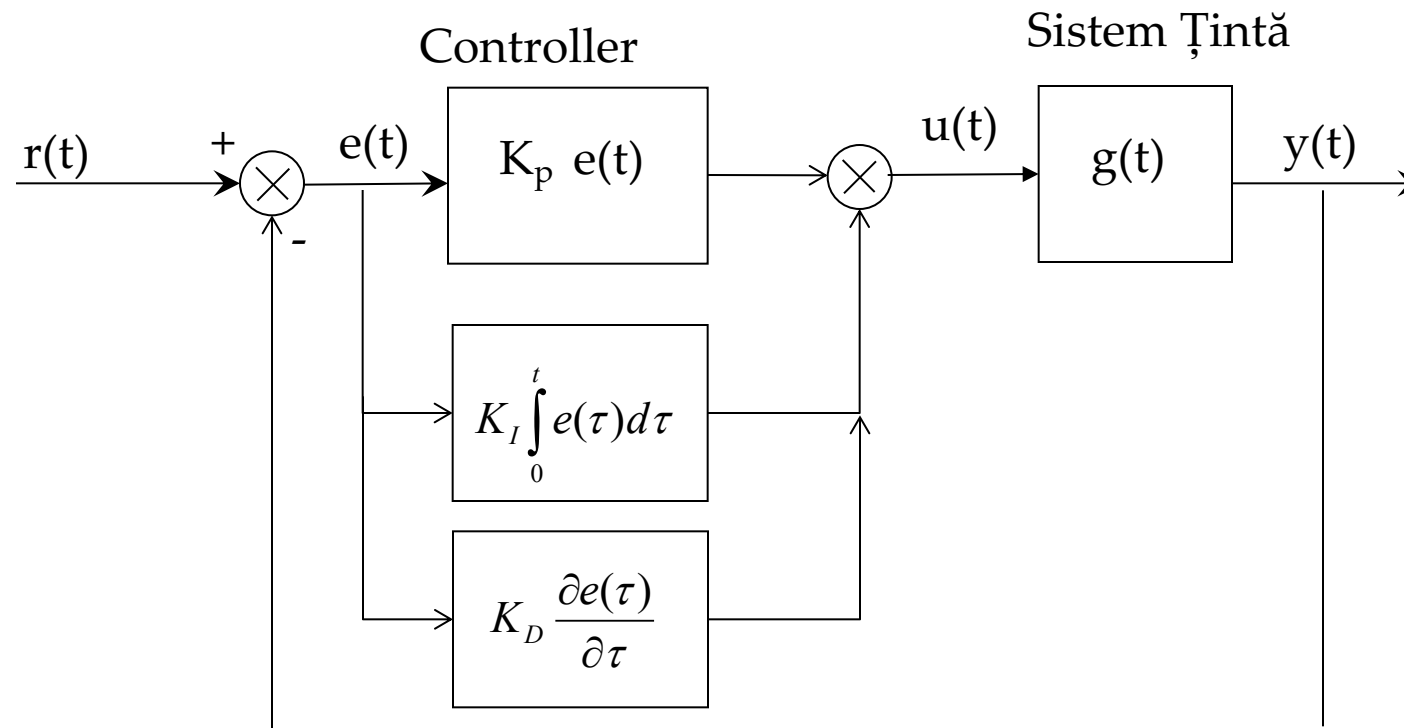


<http://dilbert.com/strips/comic/1997-05-13/>

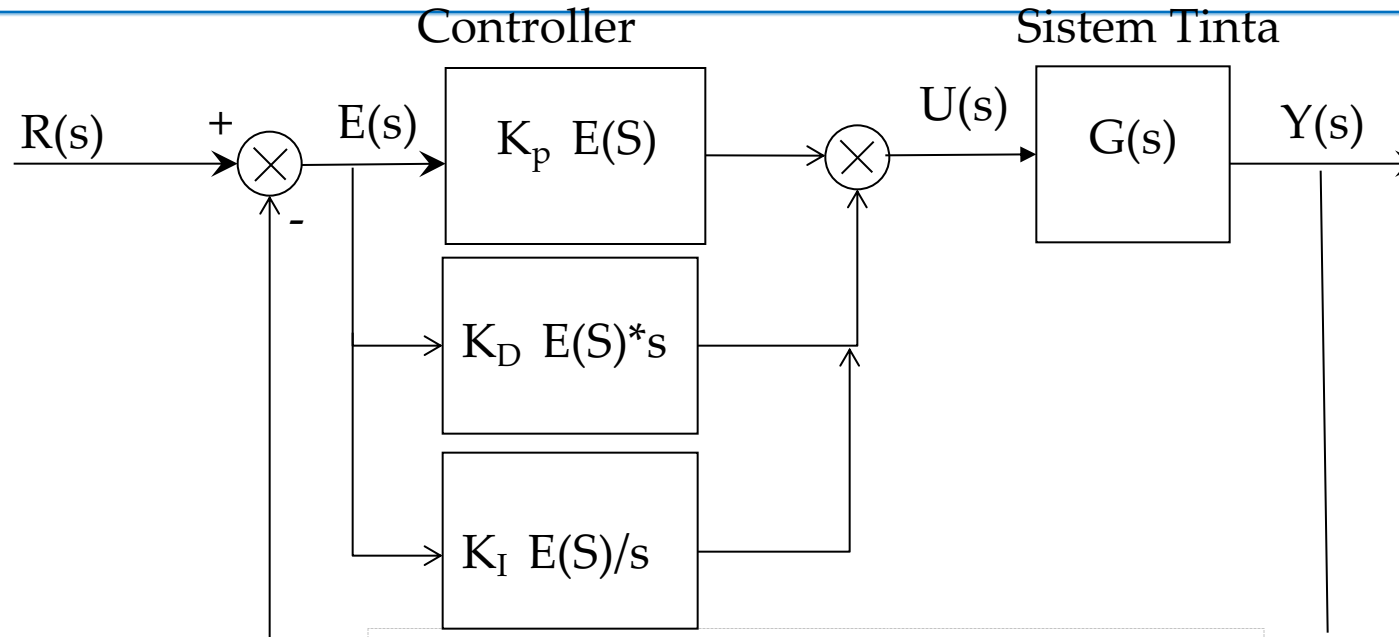
- Control Proporțional (P)
- Control Proporțional Diferențial (PD)
- Control Proporțional Integral (PI)
  
- Analiza din punct de vedere al stabilității și acurateței răspunsului sistemului la o excitație de tip treaptă

- Folosește toate cele trei tipuri de control studiate anterior
- Este cel mai utilizat tip de control în industrie, datorită stabilității lui.
- Performanțe crescute din punctul de vedere al timpului de răspuns, stabilității și erorii de aproximare.

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{\partial e(\tau)}{\partial \tau} + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$



# Funcția de transfer PID



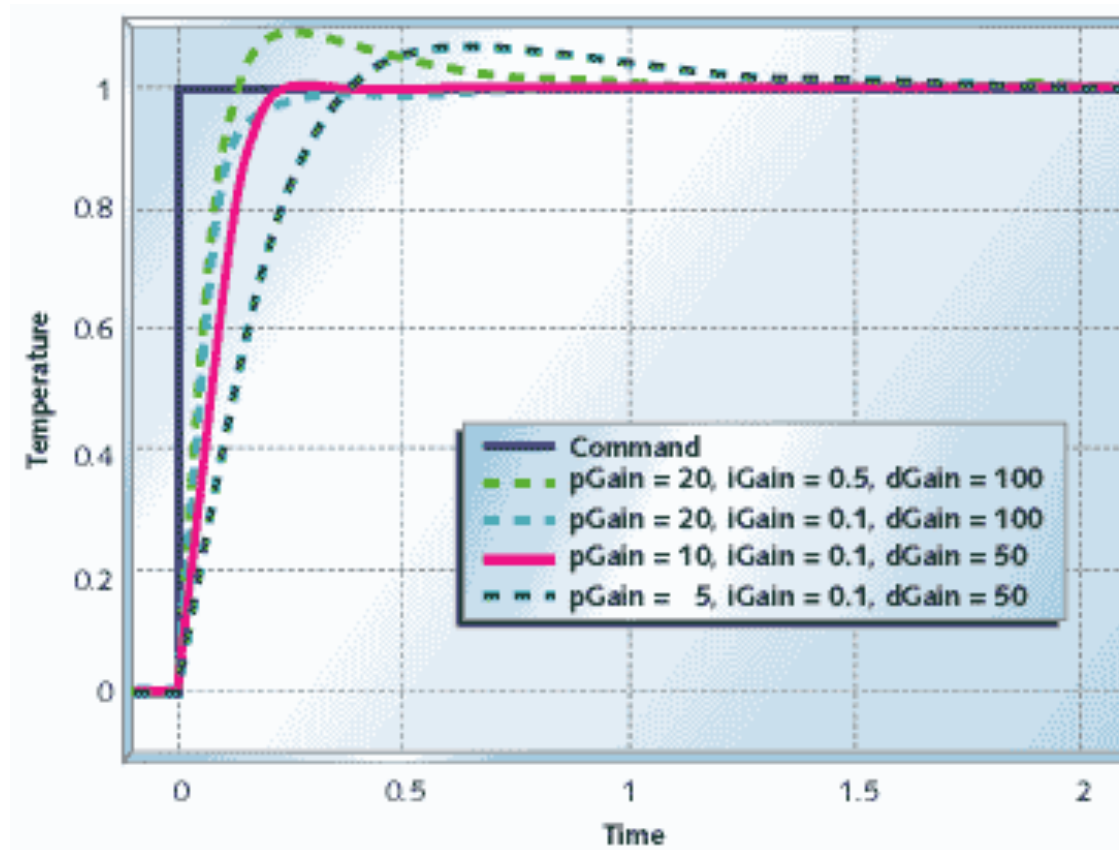
$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$U(s) = K_P \cdot E(s) + K_D \cdot sE(s) + K_I \frac{E(s)}{s}$$

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

$$H(s) = \frac{(K_P + sK_D + \frac{K_I}{s}) \cdot G(s)}{1 + \left( K_P + sK_D + \frac{K_I}{s} \right) \cdot G(s)}$$

- Pentru controllerul de temperatură:



[www.embedded.com](http://www.embedded.com)

Ecuția caracteristică:  $1 + \left( K_P + sK_D + \frac{K_I}{s} \right) \cdot G(s) = 0$

$$e_{ss} = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \left( K_P + sK_D + \frac{K_I}{s} \right) G(s)}$$



- Dacă parametrii controlului PID sunt aleși incorect, sistemul poate să devină instabil și să devieze de la răspunsul optim cu sau fără oscilație.
- Mai multe metode de estimare:
  - Estimare Manuală
  - Ziegler-Nichols
  - Software Tuning
  - Cohen Coon

- Obținerea matematică a  $K_P$ ,  $K_I$  și  $K_D$  nu poate fi posibilă
  - Sistemul este prea complex pentru a fi modelat matematic
  - Costurile de modelare sunt prea mari
- Metoda ad hoc pentru obținerea unor valori rezonabile ale  $K_P$ ,  $K_I$ , și  $K_D$ 
  - Inițial  $K_P$  foarte mic,  $K_I = K_D = 0$
  - Mărește  $K_P$  până când apar oscilații
    - Setează  $K_P$  la jumătate din valoarea obținută
  - Mărește  $K_I$  până când răspunsul sistemului este egal cu valoarea dorită
    - $K_I$  mare poate induce oscilații
  - Mărește  $K_D$  până când sistemul are un timp de răspuns suficient de mic pentru orice perturbații

# Metoda Ziegler-Nichols

- Produce rezultate acceptabile, dar nu optime
- Algoritm:
  - Inițial  $K_P$  foarte mic,  $K_I = K_D = 0$
  - Mărește  $K_P$  până când apar oscilații ( $K_C$  – câștigul critic)
    - Măsoară perioada oscilațiilor sistemului ( $T_C$ )
  - Determină coeficienții folosind următoarele relații:

	$K_P$	$K_I$	$K_D$
P	$0.5 \cdot K_C$	-	-
PI	$0.45 \cdot K_C$	$1.2 K_p / T_C$	-
PID	$0.6 \cdot K_C$	$2 K_p / T_C$	$K_p T_C / 8$

- Buclă principală, ciclează la infinit
  - Măsoară variabila de ieșire a sistemului
    - De cele mai multe ori convertor AD
  - Măsoară valoarea de referință curentă
  - Apelează PidUpdate pentru a calcula comanda efectorului
  - Setează valoarea curentă pentru efector
    - Convertor DA

```
void main()
{
    double sensor_value, actuator_value, error_current;
    PID_DATA pid_data;
    PidInitialize(&pid_data);
    while (1) {
        sensor_value = SensorGetValue();
        reference_value = ReferenceGetValue();
        actuator_value =
            PidUpdate(&pid_data, sensor_value, reference_value);
        ActuatorSetValue(actuator_value);
    }
}
```

- Pgain, Dgain, Igain sunt constante stabilite cu un algoritm de tuning
- sensor\_value\_previous
  - Pentru controlul Diferențial
- error\_sum
  - Pentru controlul Integral

```
typedef struct PID_DATA {  
    double Pgain, Dgain, Igain;  
    double sensor_value_previous; // find the derivative  
    double error_sum; // cumulative error  
}
```

# Calcularea coeficienților

- $u_t = P * e_t + I * (e_0 + e_1 + \dots + e_t) + D * (e_t - e_{t-1})$

```
double PidUpdate(PID_DATA *pid_data, double sensor_value,
                 double reference_value)
{
    double Pterm, Iterm, Dterm;
    double error, difference;

    error = reference_value - sensor_value;
    Pterm = pid_data->Pgain * error; /* proportional term*/
    pid_data->error_sum += error; /* current + cumulative*/
    // the integral term
    Iterm = pid_data->Igain * pid_data->error_sum;
    difference = pid_data->sensor_value_previous -
                 sensor_value;
    // update for next iteration
    pid_data->sensor_value_previous = sensor_value;
    // the derivative term
    Dterm = pid_data->Dgain * difference;
    return (Pterm + Iterm + Dterm);
}
```

- Erori de reprezentare
  - Nu toate valorile numerice pot fi reprezentate intern datorită limitărilor de memorie
- Overflow
  - Depășirea superioară sau inferioară a domeniului de reprezentare
- Aliasing
- Viteza de procesare

- Două sau mai multe semnale periodice devin indistinctibile atunci când sunt eșantionate la o anumită frecvență.

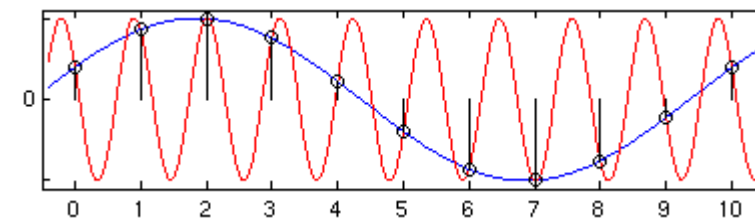
- Exemplu:

- Eșantionate la 2.5 Hz, următoarele semnale nu pot fi diferențiate

- $y(t)=1.0*\sin(6\pi t)$ ,  $f = 3$  Hz

- $y(t)=1.0*\sin(\pi t)$ ,  $f = 0.5$  Hz

- Conform teoremei Nyquist, frecvența minimă de eșantionare pentru primul semnal:  
 $3*2 = 6$  Hz





- Produce întârzieri inevitabile
  - Acțiunea calculată se petrece mai târziu
- Întârzierile trebuie prevăzute și estimate în implementarea oricărui sistem de control.
- Întârzierile hardware sunt de obicei ușor de calculat
  - Structura sincronă a procesoarelor ajută
- Întârzierile software sunt mai greu de prevăzut
  - Codul trebuie organizat a.i. întârzierile să fie minime
  - Software cu întârzieri predictibile
    - Rutine declanșate la intervale regulate de timp
    - Limbaj de programare sincron (Esterel, Chuck)

- Cost redus
  - Un control analogic este foarte scump mai ales dacă este proiectat să fie imun la perturbații
    - Uzură, temperatură, erori de fabricație
  - Controlul numeric înlocuiește circuitele analogice complexe cu programe complexe
- Programabilitate
  - Controlul poate fi “upgradat”
    - Schimbări la tipul controlului, câștig, sunt ușor de făcut
  - Se adaptează la schimbările sistemului
    - Datorate îmbătrânirii, temperaturii etc.
  - “future-proof”
    - Ușor de adaptat la un alt standard

# Sisteme de Control Fuzzy

# Ce este Logica Fuzzy?

- Logica clasică:



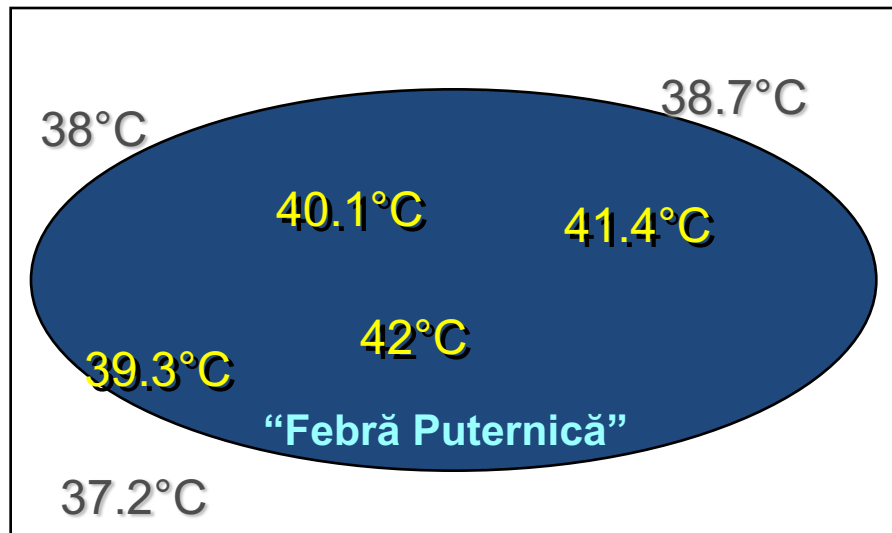
Un trandafir este Roșu... sau nu este Roșu



Ce culoare are trandafirul acesta?

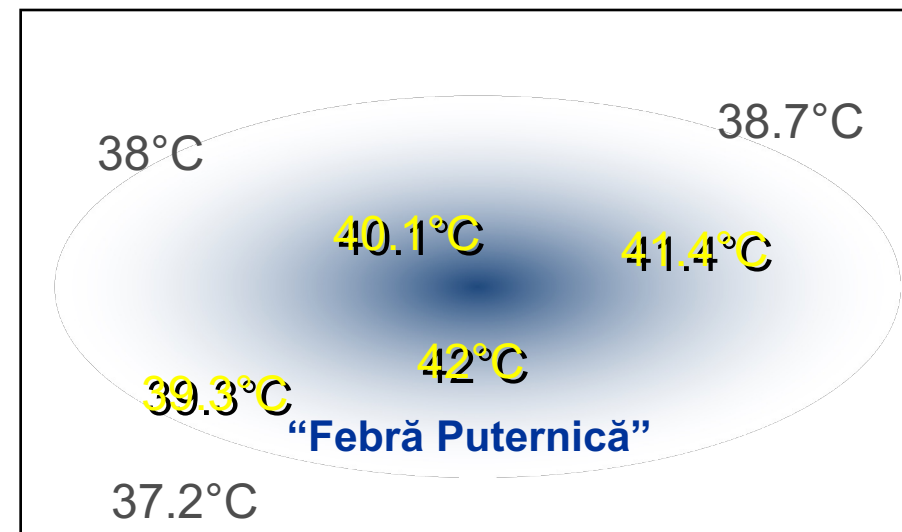
# Ce este Logica Fuzzy?

Logica convențională (booleană):



“Mai mult sau mai puțin” în locul  
“ori așa – ori altfel” !

Teoria Fuzzy:



# Ce este Logica Fuzzy?

- O extindere a logicii booleene care recunoaște mai multe valori de adevăr decât *adevărat* și *fals*.
- În logica fuzzy propozițiile pot avea mai multe grade de adevăr sau falsitate
  - Exemplu: “Afară este soare.”
    - 100% adevărat dacă afară este senin
    - 80% adevărat dacă este ușor înorat
    - 50% adevărat dacă este parțial înorat
    - 0% adevărat dacă plouă toată ziua
- Permite dispozitivelor de calcul să “gândească” la fel ca oamenii.

- Este o teorie matematică ce permite lucrul cu informații imprecise sau/și subiective
- Pornește de la o extensie a mulțimilor clasice, prin aceea că în LF un element aparține *într-un anumit grad* unei mulțimi
- Prezintă importanță practică deosebită inferența fuzzy:
  - Se bazează pe variabile lingvistice (vârstă, distanșă, viteză, etc), care au termeni (tânăr, bătrân sau viteza mică, medie, mare, etc)
  - Și pe un mecanism de inferență fuzzy
    - Reguli de tip IF THEN, activate de fapte în diverse grade, combinate conform unor relații matematice

- **1965** Lucrarea “Fuzzy Logic” scrisa de Prof. Lotfi Zadeh, Faculty in Electrical Engineering, U.C. Berkeley, pune fundatiile teoriei fuzzy
- **1970** Prima aplicare a Controlului Fuzzy Logic (Europa)
- **1975** Introducerea Fuzzy Logic în Japonia
- **1980** Verificarea empirică a Fuzzy Logic în Europa
- **1985** Aplicarea la scară largă a Fuzzy Logic în Japonia
- **1990** Aplicarea la scară largă a Fuzzy Logic în Europa
- **1995** Aplicarea la scară largă a Fuzzy Logic în U.S.A.
- **2000** Fuzzy Logic devine o tehnologie standard și este aplicată în analiza de date și semnale. Aplicații ale Fuzzy Logic în finanțe și business.



- Controllerele fuzzy sunt cele mai importante aplicații ale logicii fuzzy și a teoriei din spatele ei
- Ele funcționează foarte diferit de controllerele tradiționale
  - În loc de ecuații diferențiale, sistemul este modelat cu ajutorul cunoștințelor dobândite în timp de către experți
  - Aceste cunoștințe sunt exprimate într-un mod foarte natural folosind variabile lingvistice care sunt descrise de mulțimi fuzzy

- Deși aplicarea fuzzy logic în rezolvarea și controlul sistemelor industriale a produs de foarte multe ori rezultate superioare controlului clasic, procedurile de design sunt limitate de regulile euristice ale sistemului.
- Această constrângere implicită limitează numărul de aplicații ale unui controller fuzzy
  - De cele mai multe ori, majoritatea controllerelor fuzzy au fost folosite în procese statice și bazate pe reguli derivate din cunoștințele empirice ale unor operatori experimentați.

- Teoria mulțimilor fuzzy se ocupă de caracterizarea submulțimilor unui domeniu de reprezentare  $U$ .
- O mulțime fuzzy  $F \in U$  este o generalizare a conceptului de mulțime obișnuită și este identificată printr-o funcție de apartenență  $\mu_F : U \rightarrow [0, 1]$  în loc de valorile 0 și 1 ale unei mulțimi booleene obișnuite.

$F$  este reprezentată de obicei ca o mulțime de perechi ordonate alcătuite din elementele  $u$  și gradul lor de apartenență:

$$F = \{(u, \mu_F(u)) \mid u \in U\}$$

Dacă  $U$  este un domeniu continuu,  $F$  poate fi exprimată după formula

$$F = \int_U \mu_F(u) / u$$

Dacă  $U$  este discret, atunci:

$$F = \sum \mu_F(u_i) / u_i$$

# Apartenența la un set Fuzzy

Valori Discrete:

$$\mu_{FP}(35^{\circ}\text{C}) = 0$$

$$\mu_{FP}(38^{\circ}\text{C}) = 0.1$$

$$\mu_{FP}(41^{\circ}\text{C}) = 0.9$$

$$\mu_{FP}(36^{\circ}\text{C}) = 0$$

$$\mu_{FP}(39^{\circ}\text{C}) = 0.35$$

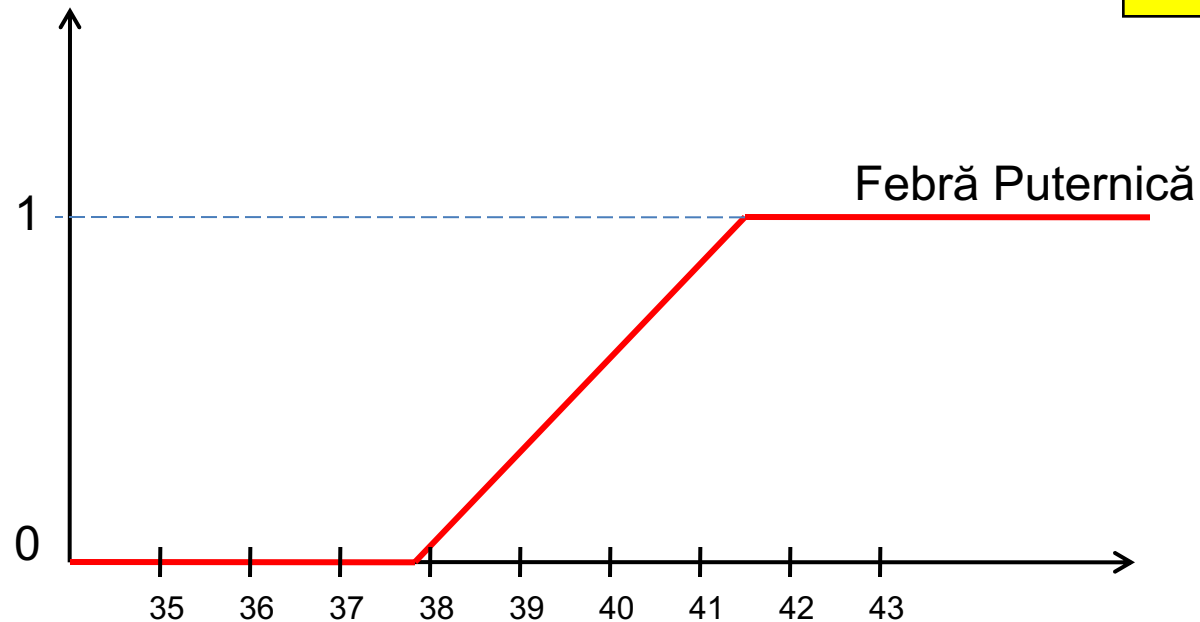
$$\mu_{FP}(42^{\circ}\text{C}) = 1$$

$$\mu_{FP}(37^{\circ}\text{C}) = 0$$

$$\mu_{FP}(40^{\circ}\text{C}) = 0.65$$

$$\mu_{FP}(43^{\circ}\text{C}) = 1$$

Definiție Continuă:



Fără praguri "abrupte"

# Operații pe seturi fuzzy

- Fie  $A, B \in U$  două mulțimi fuzzy cu funcțiile de apartenență asociate  $\mu_A$  și  $\mu_B$

- **Se pot defini următorii operatori:**  $\mu_A(u) = \mu_B(u) \quad \forall u \in U$

- Două mulțimi  $A$  și  $B$  sunt egale dacă și numai dacă:

- Reuniunea celor două mulțimi are funcția de apartenență

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max(\mu_A(u), \mu_B(u)) = \mu_A(u) \vee \mu_B(u) \quad \forall u \in U.$$

- Intersecția celor două mulțimi are funcția de apartenență:

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min(\mu_A(u), \mu_B(u)) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(u) \quad \forall u \in U.$$

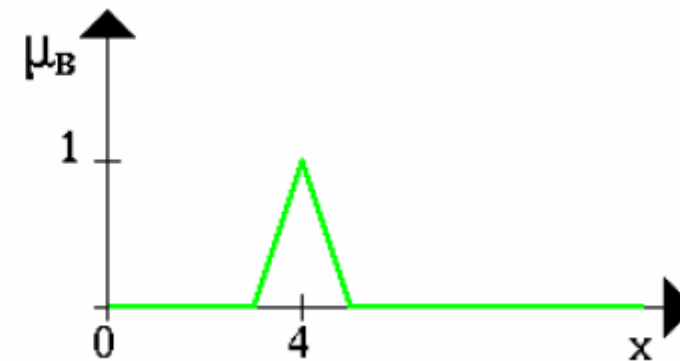
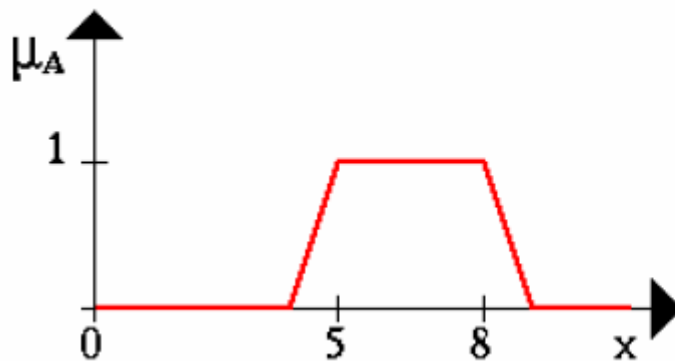
# Operații pe seturi fuzzy

- Complementul lui A,  $A'$  are funcția de apartenență:

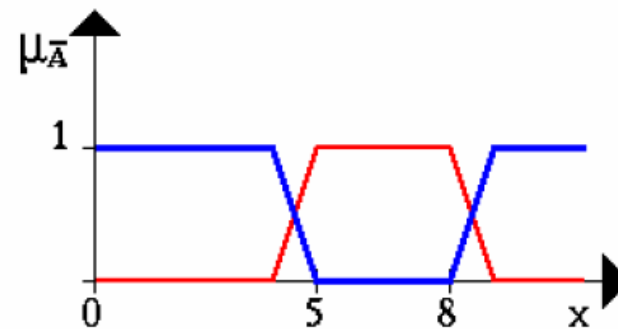
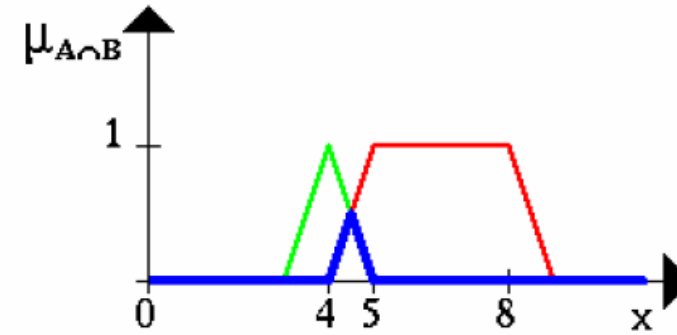
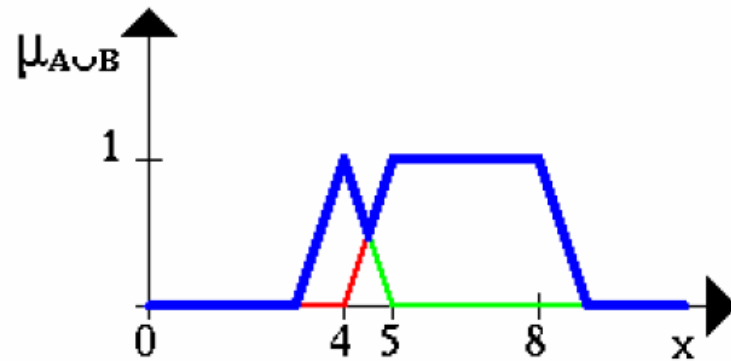
$$\mu_{A'}(u) = 1 - \mu_A(u) \quad \forall u \in U.$$

- **Exemplu:**

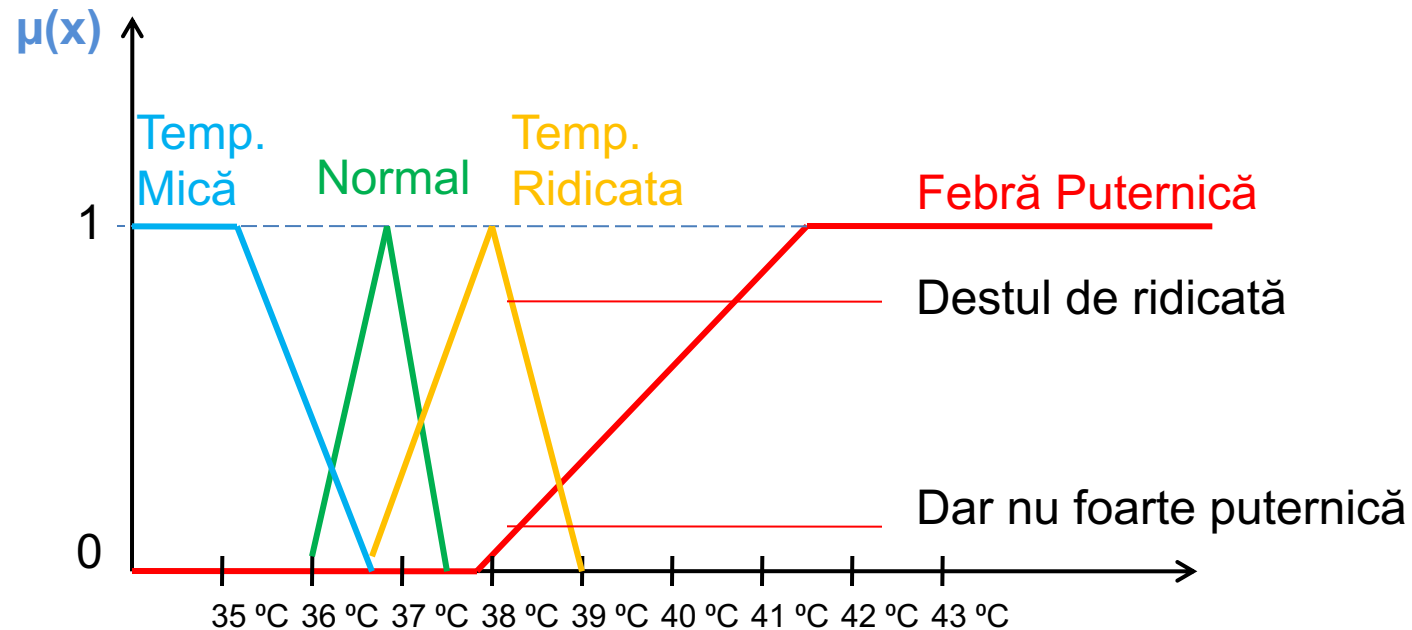
Fie A mulțimea “între 5 și 8” și B “aproape 4”



# Operații pe seturi fuzzy



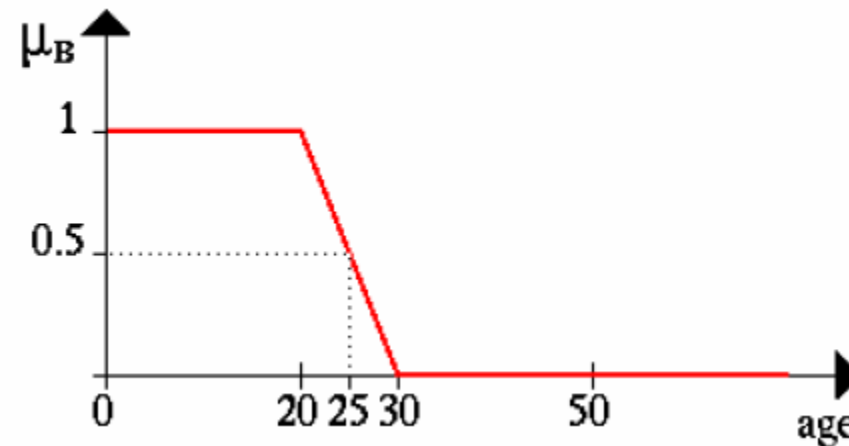
- O variabilă lingvistică definește un concept din limbajul natural.





- **O variabilă lingvistică asociază cuvinte sau propoziții cu o funcție de apartenență**
- Mulțimea de valori pe care fiecare variabilă lingvistică le poate avea se cheamă setul de termeni.
- Fiecare valoare din mulțime este o variabilă fuzzy definită peste o variabilă de bază
- Variabilele de bază definesc domeniul de reprezentare pentru toate variabilele fuzzy din mulțimea de termeni
- **O variabilă lingvistică este defapt un cvintuplu  $[X, T(X), U, G, M]$  unde**
  - $X$  este numele variabilei
  - $T(X)$  este mulțimea de termeni (mulțimea numelor pentru valorile lingvistice ale lui  $X$ )
  - $U$  domeniul de reprezentare,
  - $G$  este gramatica cu ajutorul căreia se generează numele
  - $M$  este un set de reguli semantice care asociază fiecare  $X$  cu înțelesul său
- Ierarhia: variabilă lingvistică  $\rightarrow$  variabilă fuzzy  $\rightarrow$  variabilă de bază

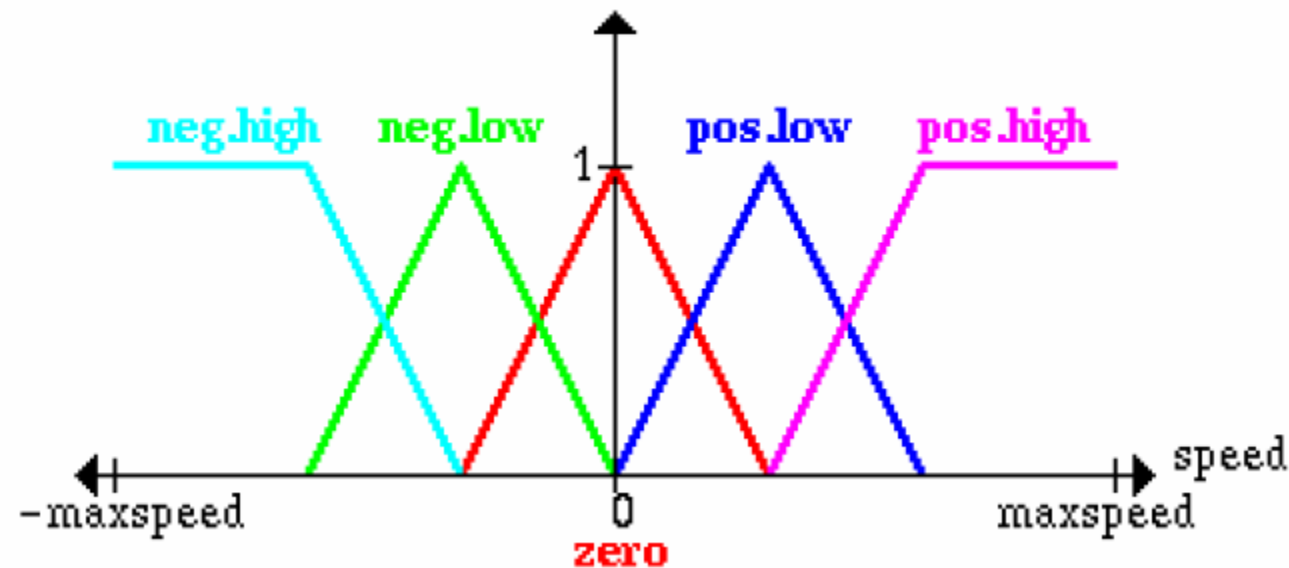
- Fie  $x$  o variabilă lingvistică denumită “Vârstă”.
- Termenii lui  $x$ , care sunt mulțimi fuzzy, pot fi: “bătrân”, “tânăr” și “foarte tânăr” din mulțimea de termeni  $T = \{\text{Bătrân}, \text{FoarteBătrân}, \text{NuPreaBătrân}, \text{MaiMultSauMaiPuținTânăr}, \text{Tânăr}, \text{FoarteTânăr}\}$
- Fiecare termen este o variabilă fuzzy definită peste variabila de bază, care poate fi o scală de la 0 la 100



Funcția de apartenență pentru  $x = \text{“FoarteTânăr”}$

## Exemplul 2

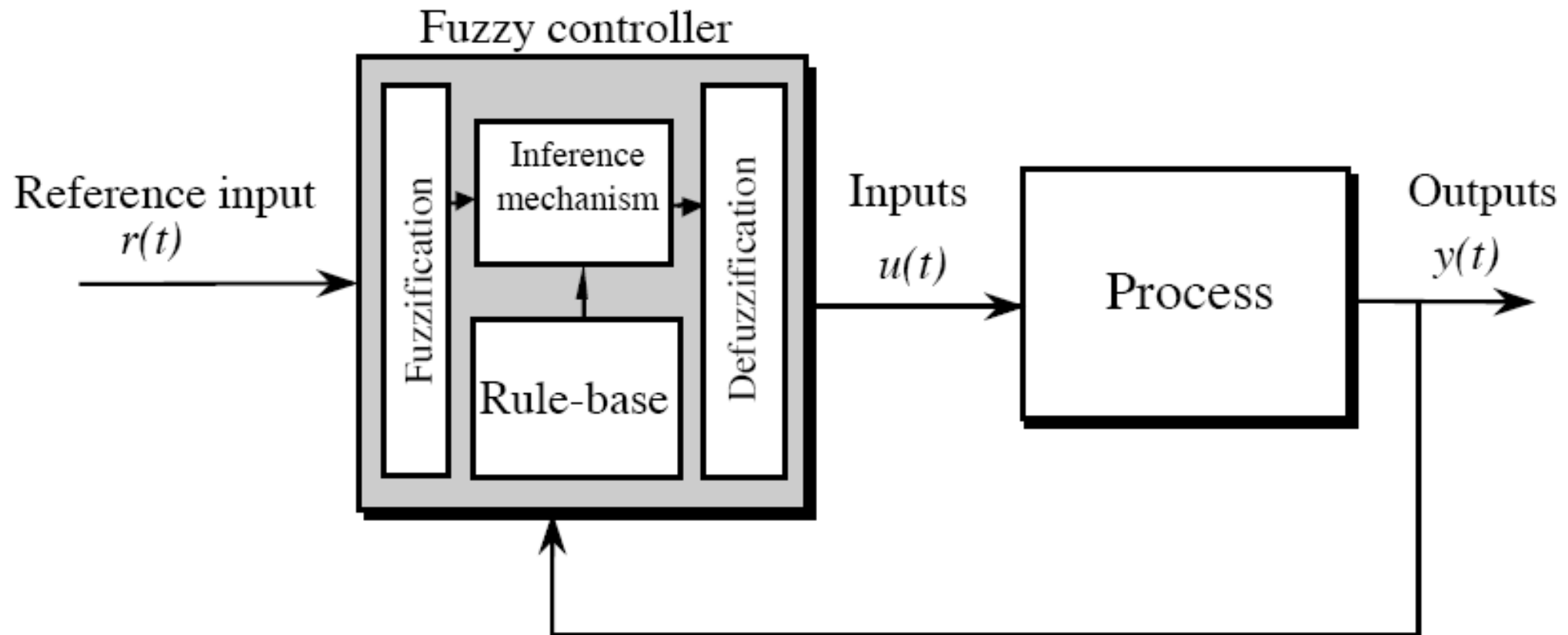
- Fie  $x$  o variabilă lingvistică numită “viteza”.
- Termenii lui  $x$ , care sunt mulțimi fuzzy, pot să fie “positive low”, “negative high” din mulțimea de termeni  $T = \{PositiveHigh, PositiveLow, NegativeLow, NegativeHigh, Zero\}$
- Fiecare termen este o variabilă fuzzy definită peste o variabilă de bază care poate fi o scală cu toate vitezele relevante aplicației:



- Abordarea bazată pe fuzzy logic pentru rezolvarea problemelor de control este foarte indicată în sistemele foarte complexe, neliniare și care prezintă incertitudini pentru parametrii interni sau de intrare
- Un controller fuzzy poate fi văzut ca un sistem expert de timp real care folosește logica fuzzy pentru a analiza raportul intrare/ieșire al sistemului.
- Controllerele fuzzy pun la dispoziție o metodă pentru convertirea unei strategii de control empirice și specificate doar la nivel lingvistic (ex. “dacă sună sirena atunci apasă butonul roșu”) într-o strategie automată de control care poate să furnizeze evoluția în timp a sistemului controlat și să facă o estimare a performanțelor acestuia

- Elementele unui controller fuzzy:
  1. Un *set de reguli* (reguli If-Then) ce reprezintă cuantificarea descrierii lingvistice a expertului despre cum se poate obține un control bun asupra sistemului.
  2. Un *mecanism de inferență* (motor de inferență, modul de inferență fuzzy) care emulează procesul prin care expertul ia decizii prin interpretarea și aplicarea cunoștințelor despre cum trebuie să fie controlat sistemul.
  3. O interfață de *fuzzificare* – convertește datele de la intrările controllerului într-o formă în care mecanismul de inferență poate să activeze și să aplice anumite reguli.
  4. O interfață de *defuzzificare* – convertește concluziile mecanismului de inferență în comenzi și date de intrare pentru sistemul controlat.

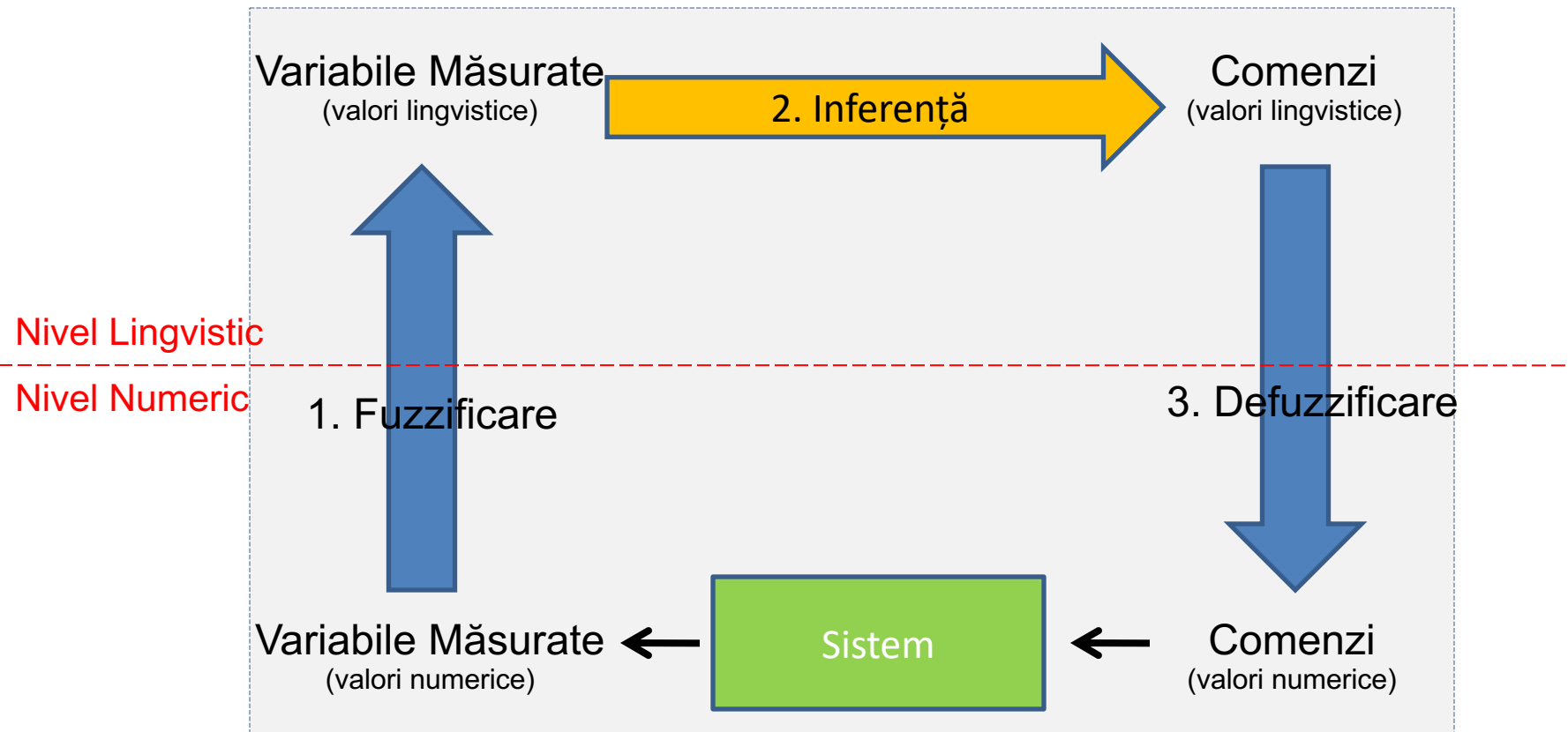
# Controller-ul Fuzzy



# Elementele de Bază ale unui Sistem de Control Fuzzy

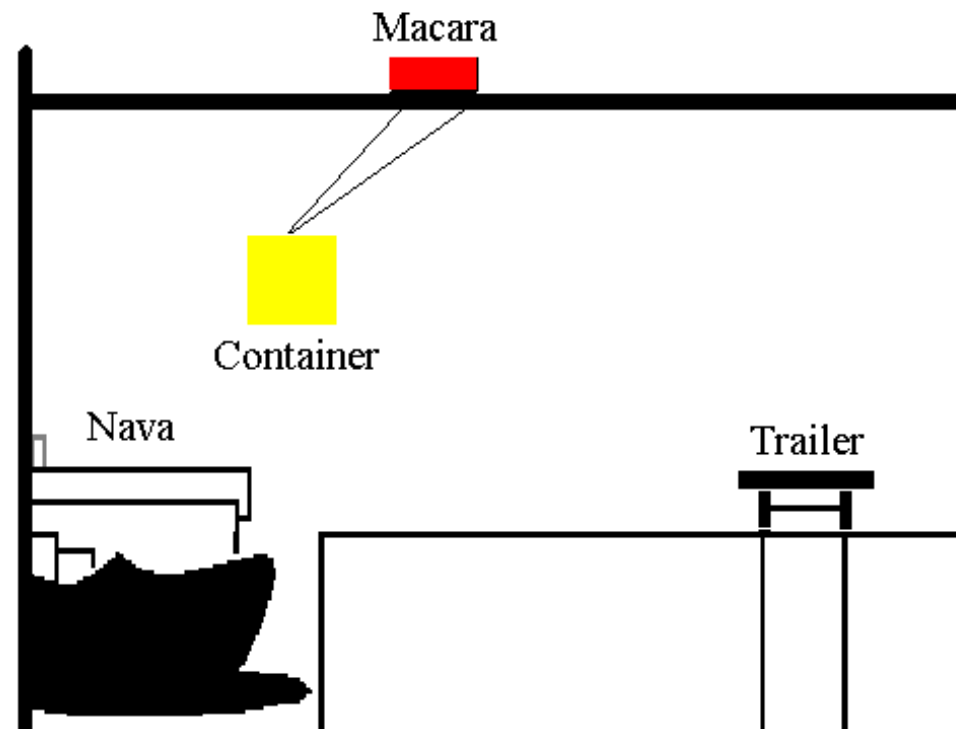
Fuzzificare, inferență, defuzzificare:

**Logica Fuzzy definește  
strategia de control la  
nivel lingvistic!**



# Exemplu: Controlul unei macarale

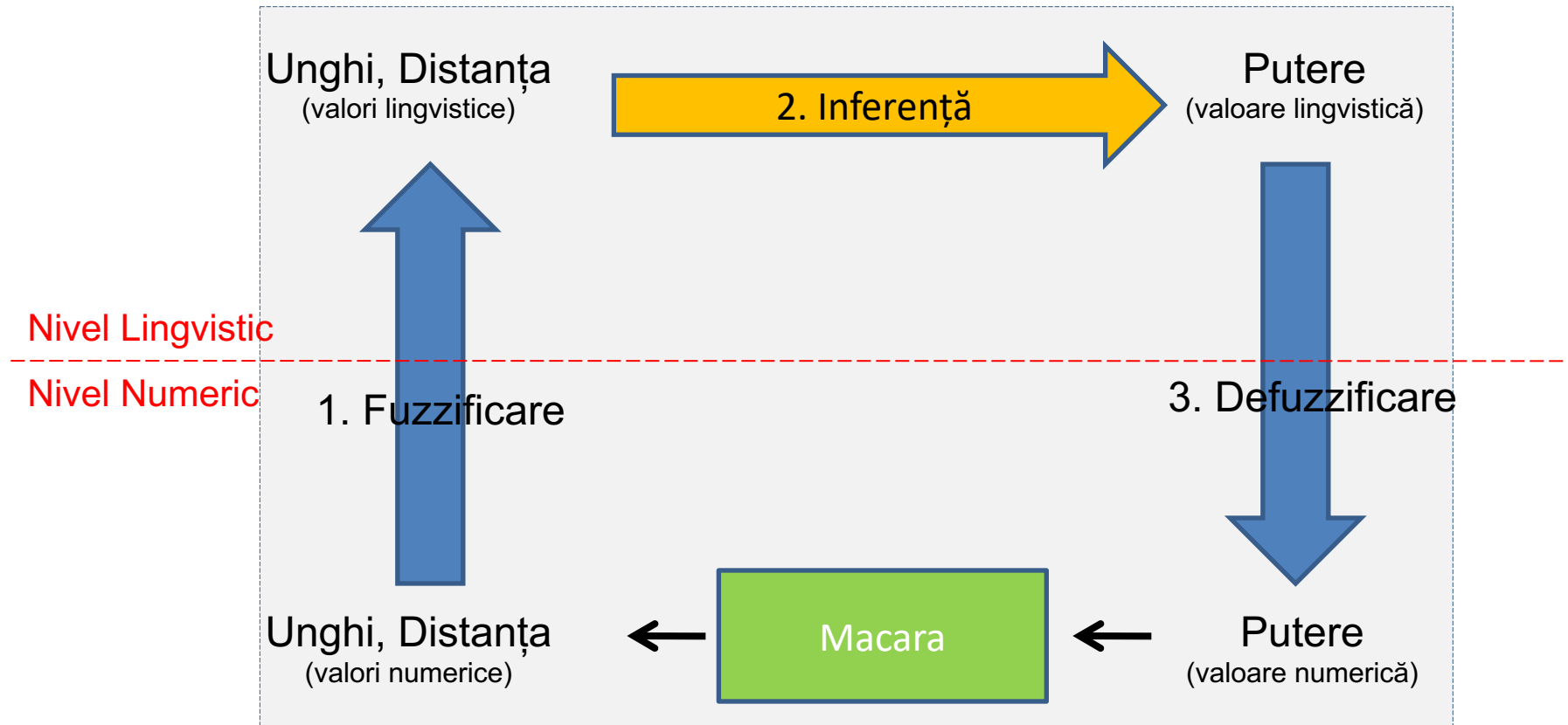
Două variabile de măsură și o variabilă de comandă





# Fuzzificarea Sistemului

Fuzzificare, inferență, defuzzificare:



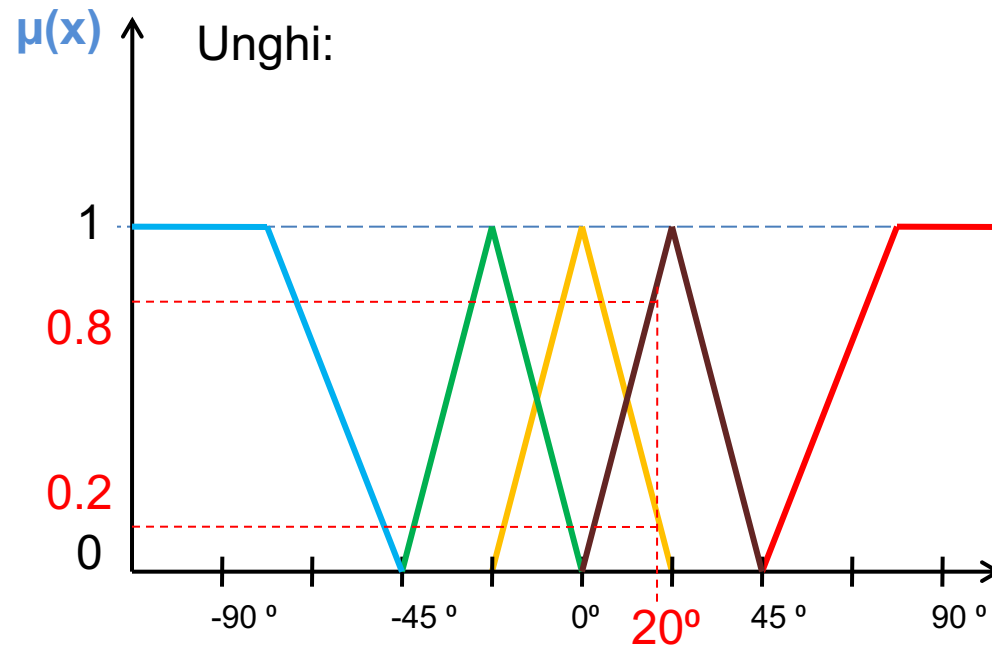
Definiția Termenilor:

**Variabilele lingvistice  
sunt “vocabularul”  
sistemului fuzzy.**

Distanță := {departe, mediu, aproape, zero, neg\_aproape}

Unghi := {poz\_mare, poz\_mic, zero, neg\_mic, neg\_mare}

Putere := {poz\_mare, poz\_meniu, zero, neg\_meniu, neg\_mare}



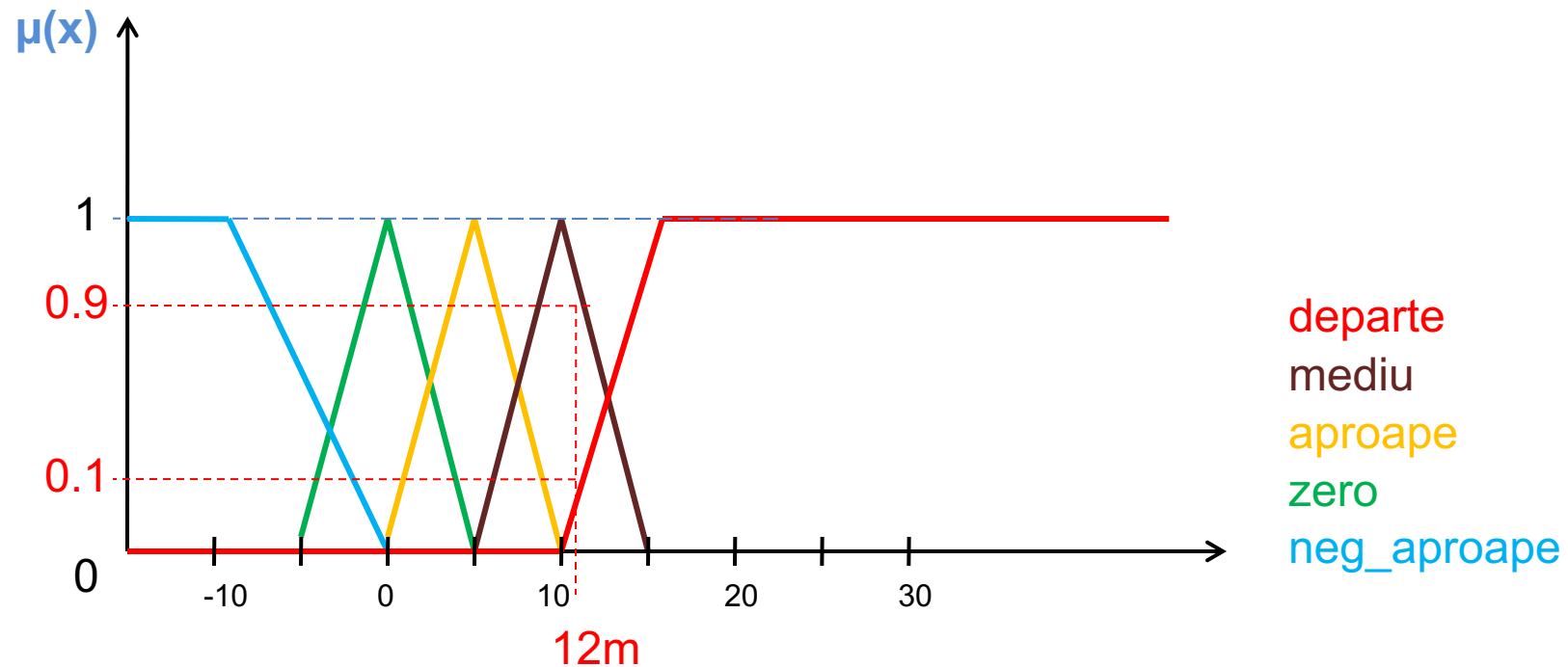
poz\_mare      neg\_mare

poz\_mic      neg\_mic

zero

# Variabile Lingvistice

Distanța:



# Inferența Fuzzy: Reguli IF-THEN

## Stabilirea regulilor “IF-THEN”:

#1: IF Distanța = medie AND Unghi = poz\_mic THEN Putere = poz\_mediu

#2: IF Distanța = medie AND Unghi = zero THEN Putere = zero

#3: IF Distanța = departe AND Unghi = zero THEN Putere = poz\_mediu

✦ **Agregare: Evaluarea părții “IF”**

✦ **Compoziție: Evaluarea părții “THEN”**

**Regulile sistemului fuzzy sunt  
“legile” pe care acesta le  
execută.**

Logica Booleană  
definește operatori  
doar pentru 0 și 1:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Logica Fuzzy oferă o  
extensie continuă:

⊗ **AND:**  $\mu_{A \& B} = \min\{\mu_A; \mu_B\}$

⊗ **OR:**  $\mu_{A+B} = \max\{\mu_A; \mu_B\}$

⊗ **NOT:**  $\mu_{\neg A} = 1 - \mu_A$

Agregarea părții “IF”

#1:  $\min\{0.9, 0.8\} = 0.8$

#2:  $\min\{0.9, 0.2\} = 0.2$

#3:  $\min\{0.1, 0.2\} = 0.1$

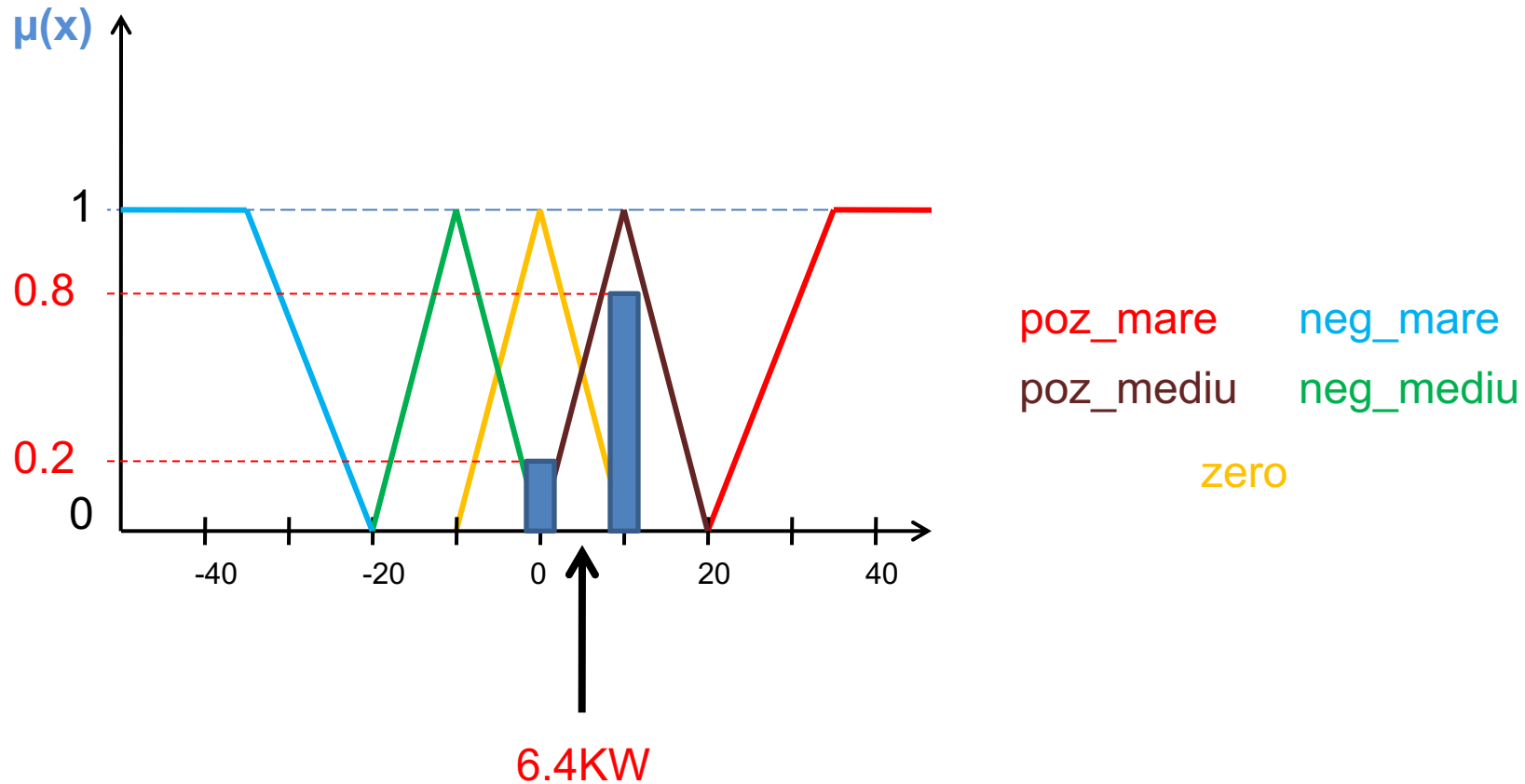
**Agregarea calculează cât de potrivită este fiecare regulă pentru situația curentă.**

## Rezultate pentru variabila lingvistică “Putere”:

<i>poz_mare</i>	cu gradul 0.0	
<i>poz_mediu</i>	cu gradul 0.8	( = $\max\{ 0.8, 0.1 \}$ )
<i>zero</i>	cu gradul 0.2	
<i>neg_mediu</i>	cu gradul 0.0	
<i>neg_mare</i>	cu gradul 0.0	

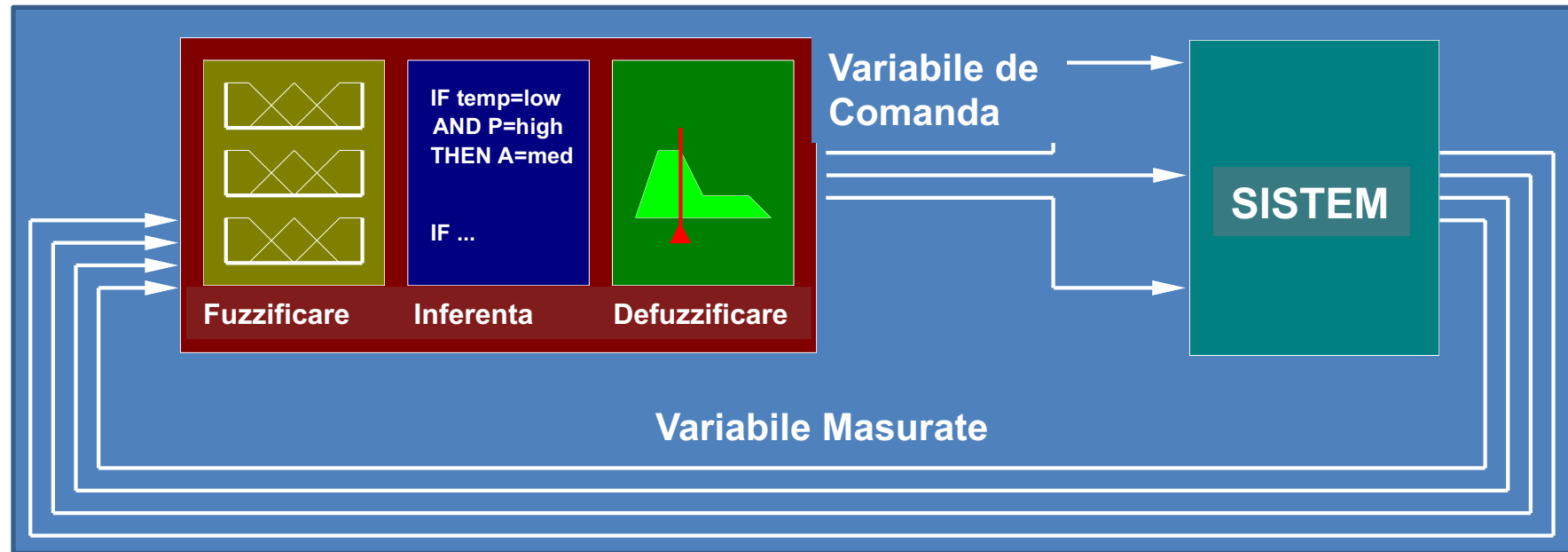
**Compozitia estimează cum  
fiecare regulă modifică rezultatul  
de la ieșire**

Putere: Găsește un compromis folosind o valoare medie ponderată



# Tipuri de Control Fuzzy: Controller Direct

leșirile de comandă ale sistemului fuzzy logic controlează direct sistemul

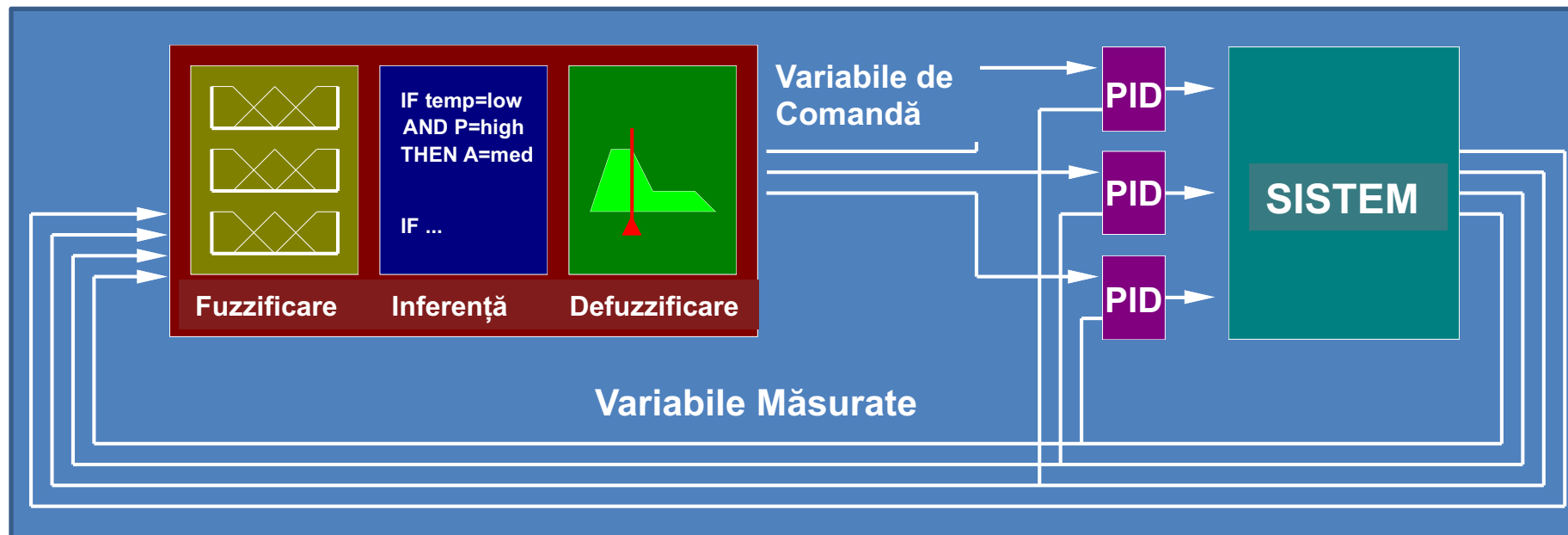


**Regulile Fuzzy  
produc valori  
exacte!**



# Tipuri de Control Fuzzy: Control cu supervizare

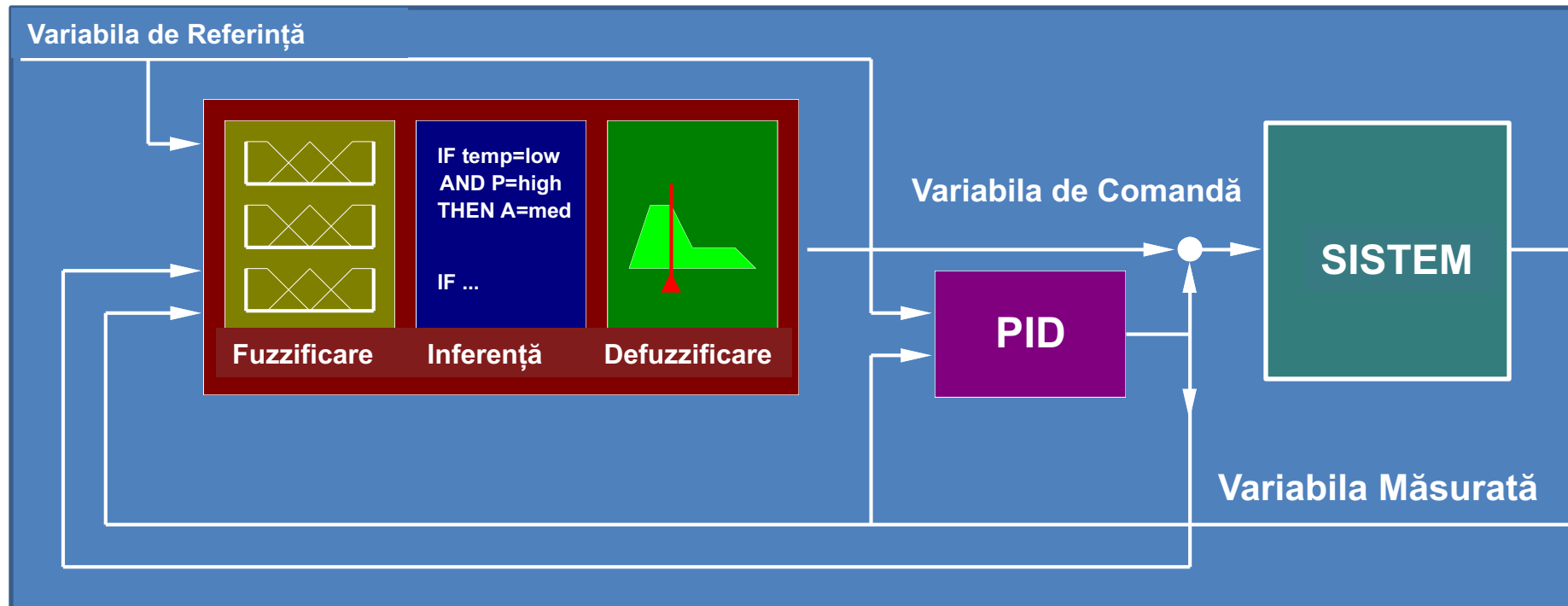
Controllerul Fuzzy Logic produce valori de setare pentru Controllerele PID:



**Control de tipul  
"Operator Uman"**

# Tipuri de Control Fuzzy: Intervenția Fuzzy

Controllerul Fuzzy Logic și Controllerul PID lucrează în paralel:



**Intervenția controlului fuzzy la  
perturbații majore.**

- **Stabilizarea imaginii:**  
“Daca toți vectorii de mișcare ai unei imagini sunt aproape paraleli și variația lor în raport cu timpul este relativ mică, atunci este detectat tremurul mâinii și direcția de mișcare a mâinii este inversă direcției de mișcare a vectorilor.



- Business
  - Luarea de decizii
  - Sisteme de data mining
- Chimie
  - Dozarea substanțelor în reacții
  - Reglarea condițiilor de reacție
- Comunicații
  - QoS
  - Filtre adaptative
- Finanțe
  - Managementul fondurilor
  - Previziuni la bursă
- Robotică
  - Controlul efectoarelor
  - Determinarea poziției
- Transporturi
  - Sisteme de transport fără pilot
  - Controlul sistemelor de trafic
- Medical
  - Controlul presiunii arteriale în timpul operației
  - Diagnosticarea cancerului, bolii Alzheimer, diabetului
- Electronică
  - Sisteme de climatizare
  - Sisteme de temporizare: cuptoare, mașini de spălat
- Industrie
  - Controlul temperaturii în furnale
  - Controlul tratamentului apelor curate/uzate
  - Controlul calității