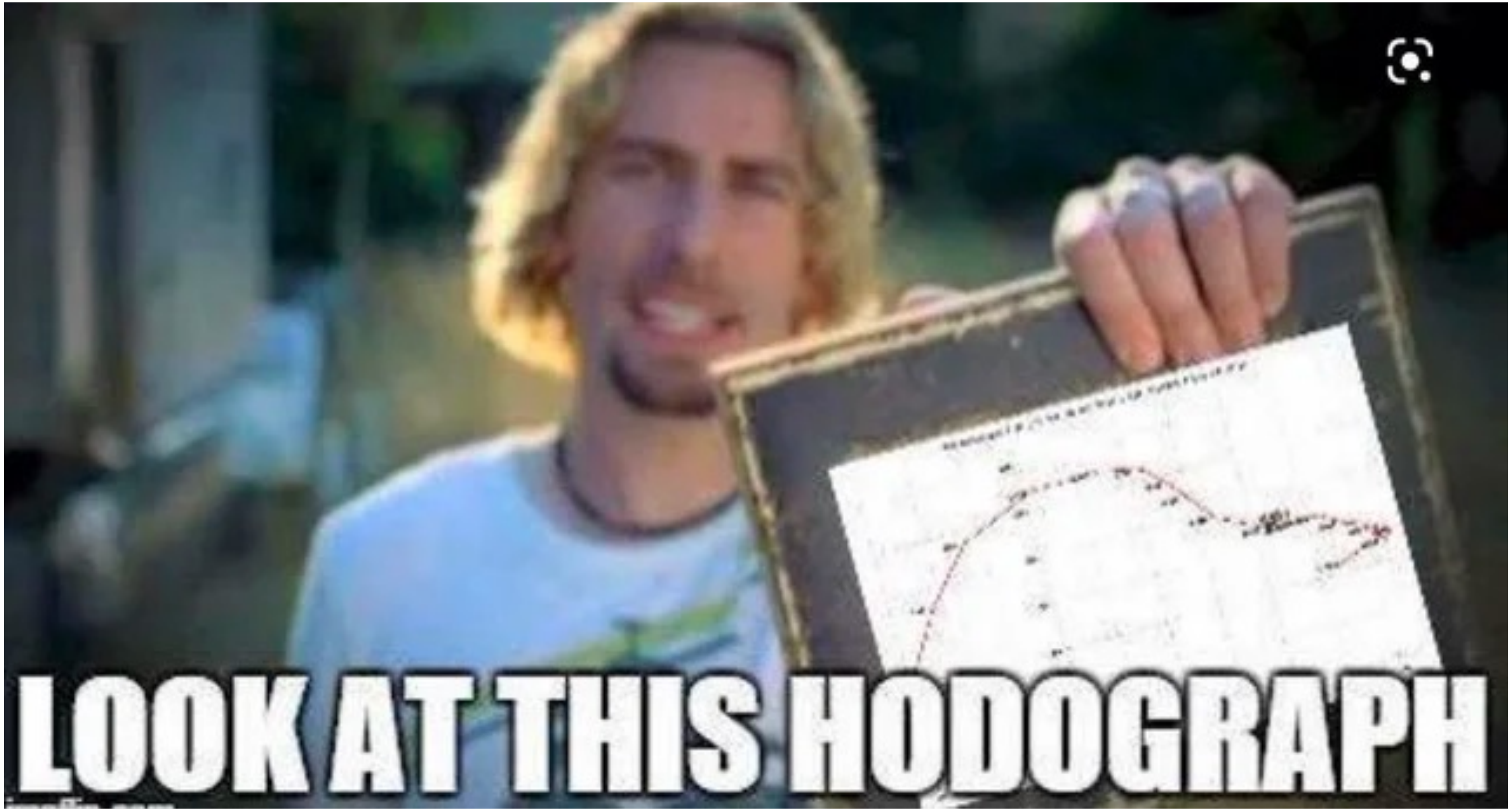
Sisteme Încorporate

Cursul 7

Sisteme de control

Facultatea de Automatică și Calculatoare
Universitatea Politehnica București


LOOK AT THIS HODOGRAPH

- Un sistem încorporat este un sistem dinamic
  - Sistemul acționează în funcție de stimulii primiți
  - Atunci când una sau mai multe ieșiri ale sistemului trebuie să se conformeze anumitor reguli, un controller manipulează intrarea sistemului pentru a aduce ieșirile la valorile dorite.
  - Sistemul poate fi afectat de perturbații exterioare
  - Parametrii de intrare trebuie calculați în funcție de erori și de parametrii de ieșire.

Embedded Systems Laboratory

- Exemple:
  - Termostatarea unei incinte
  - Controlul vitezei de rotație a unui hard-disk
  - Controlul altitudinii de zbor
  - Cruise control/Traction control
  - Surse de alimentare
  - Controlul mișcării pentru roboții industriali

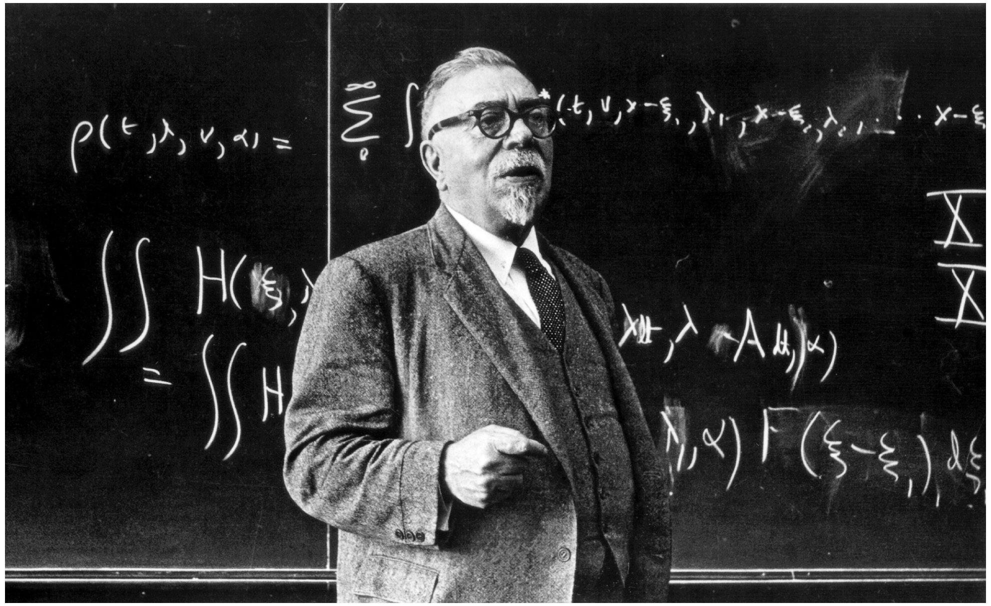
Controlul Sistemelor

- Aplicarea unor valori la intrarea sistemului pentru care ieșirea acestuia se conformează unei valori de referință.

  – Cruise-control: f_motor(t)=? → viteza=60 km/h
  – Server E-commerce: Alocarea resurselor? → T_răspuns = 5 sec
  – Networking: Rata de transfer? → Întârziere = 1 sec

Teoria Controlului

- Rădăcinile în altă știință: Cibernetica
- Disciplina care studiază comunicațiile și controlul între diferitele subsisteme constituind un organism viu sau o mașină construită de om. Feedback-ul este principala sa componentă.



- Norbert Weiner, 1948

Embedded Systems Laboratory

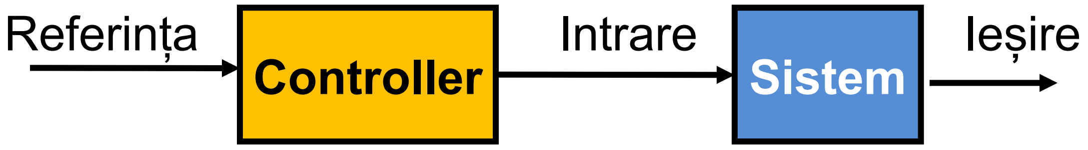
Ce este teoria controlului?

- Sistem = Un obiect sau ansamblu care se schimbă cu timpul
- Control = Modalitate de a influența schimbarea respectivă
- Exemple:
  - **Roboți**
  - Epidemii
  - Bursa de valori
  - Ordinea socială
  - Reglarea temperaturii
  - Circuite
  - Motoare
  - Rețele electrice
  - Sisteme autopilot

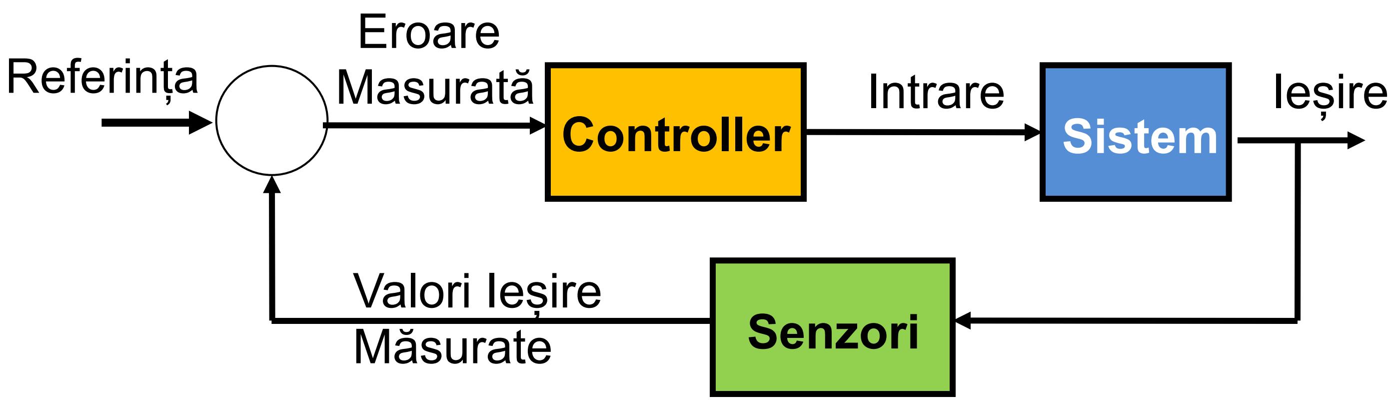


Tipuri de sisteme de control

- Sisteme în buclă deschisă



- Sisteme cu reacție



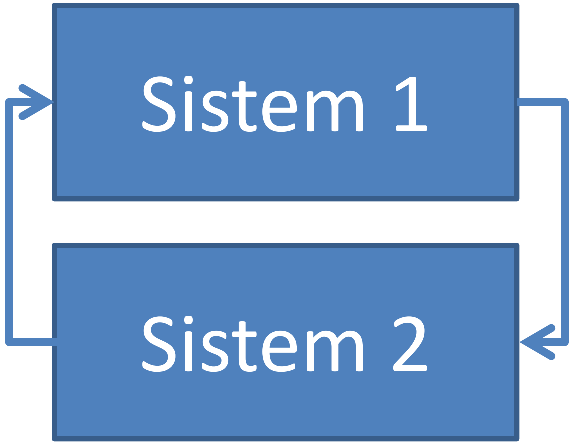
Sisteme în buclă deschisă

- Calculează valorile de intrare fără a măsura variabilele de sistem
  - Simplu de implementat
  - Trebuie cunoscute exact TOATE VARIABILELE din sistem ca totul să meargă cum trebuie
    - Cruise-control: frecare(t), unghi_plan(t)
    - Server E-commerce: Încărcarea(rata de sosire a cererilor? Consumul de resurse?); sistem (timp de service? Defecțiuni?)

- Sistemele în buclă deschisă dau greș atunci când
  - Nu știm totul
  - Facem erori de modelare
  - Lucrurile se schimbă

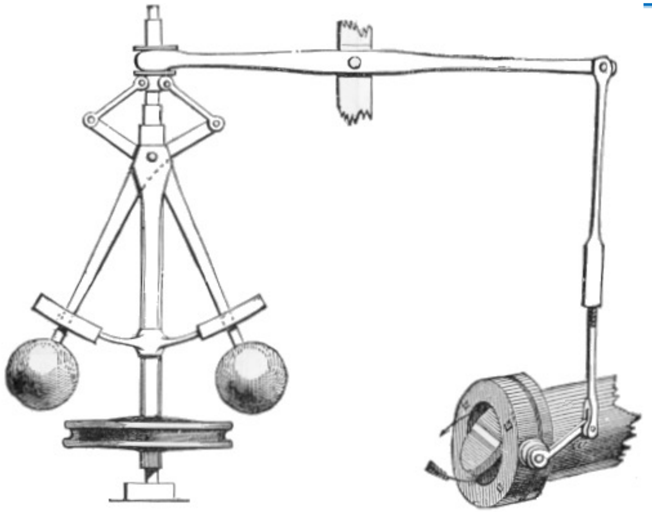
Sistemele cu reacție

- Ce este reacția?
  - Întoarcerea unei părți din ieșirea unui sistem la intrarea acestuia în scopul auto-corectării.
  - Presupune interconectarea mutuală a două sau mai multe sisteme
  - Relația cauză – efect e dificil de stabilit. Sisteme interdependente
  - Feedback-ul este prezent oriunde în sistemele naturale și artificiale



Exemplu #1 – Regulator de viteză

- “Flyball governor” (1788)
  - Reglează viteza unui motor cu aburi
  - Reduce efectele variației de sarcină (rejecția perturbațiilor)
  - Produce accelerarea revoluției industriale



Greutățile se indepartează odată cu creșterea vitezei de rotație

Supapa se închide, micșorând turația motorului

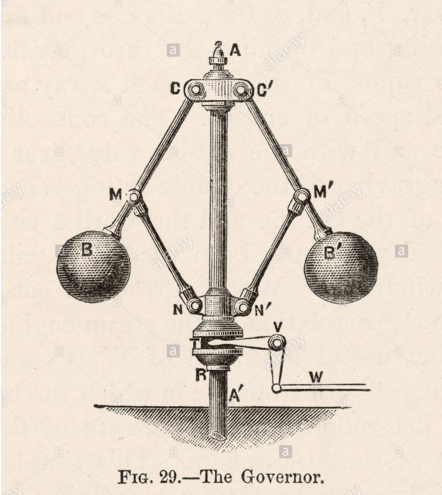
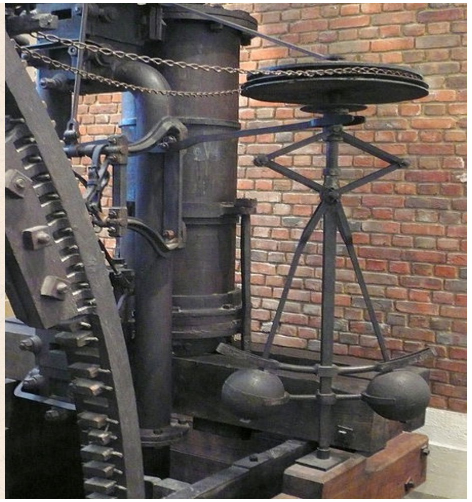
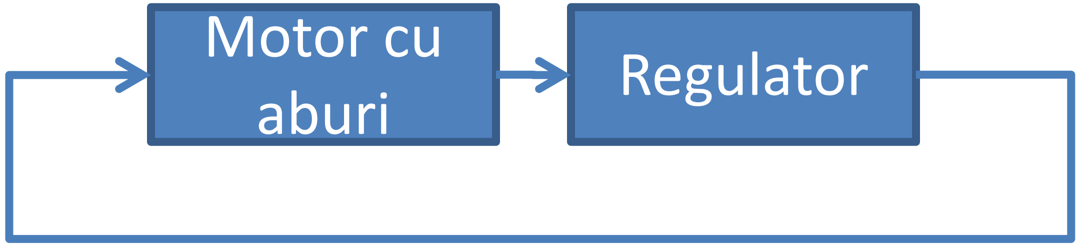


FIG. 29.—The Governor.

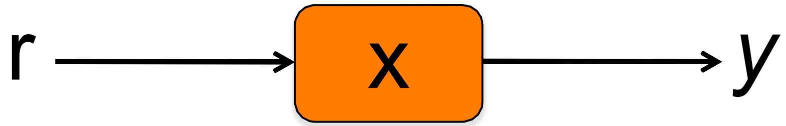




Elemente de bază

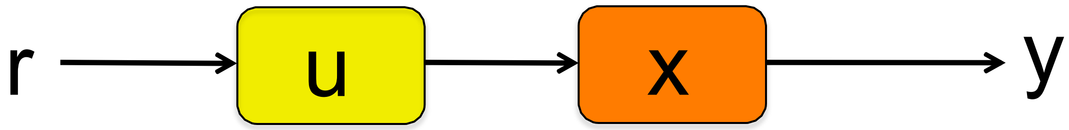
- ***Stare*** = Reprezentare a sistemului la un moment dat de timp
- ***Dinamică*** = Descriere a cum se schimbă starea sistemului
- ***Referință*** = Ce vrem ca sistemul să facă

- ***Ieșire*** = Măsură a (anumitor aspecte ale) sistemului



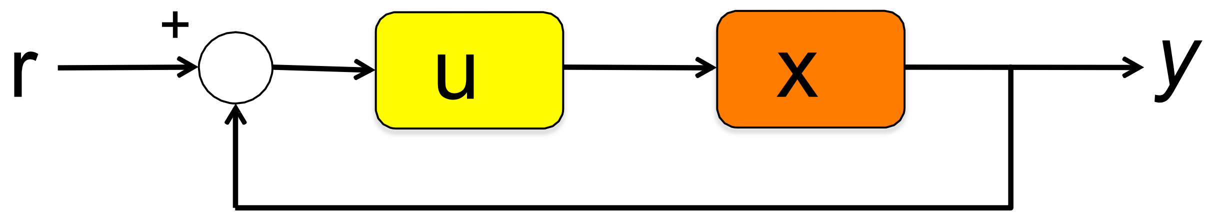
Elemente de bază

- ***Stare*** = Reprezentare a sistemului la un moment dat de timp
- ***Dinamică*** = Descriere a cum se schimbă starea sistemului
- ***Referință*** = Ce vrem ca sistemul să facă
- ***Ieșire*** = Măsură a (anumitor aspecte ale) sistemului
- ***Intrare*** = Semnal de control



Elemente de bază

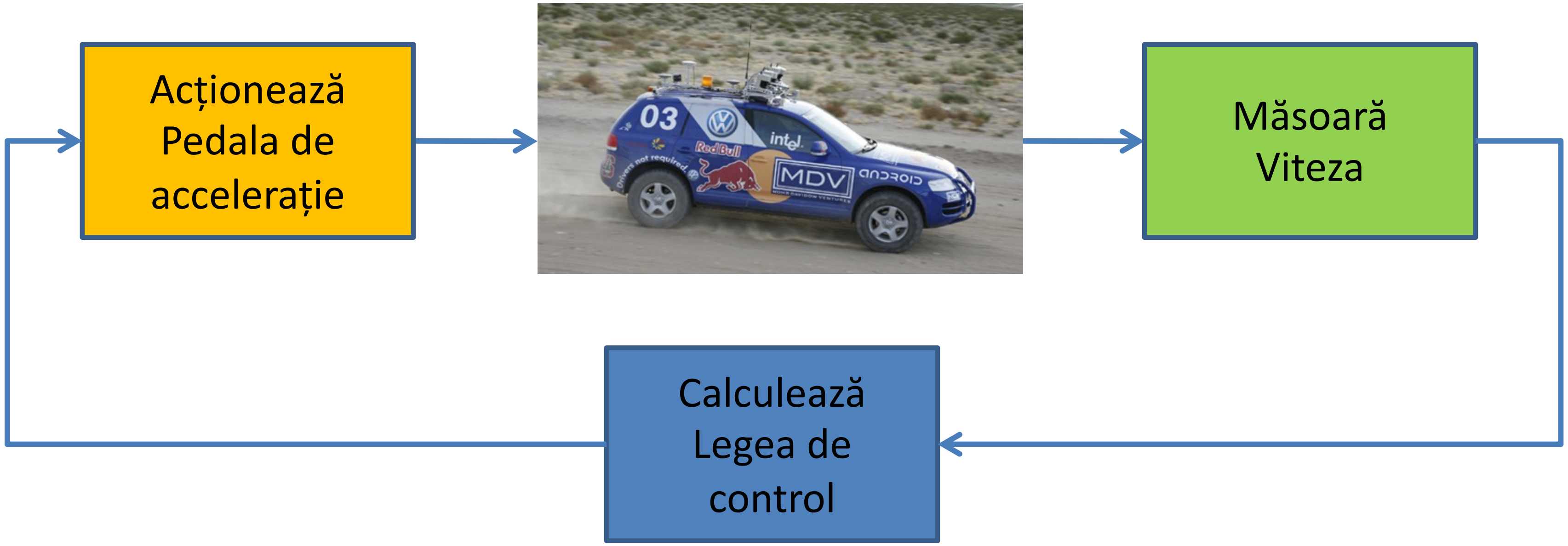
- ***Stare*** = Reprezentare a sistemului la un moment dat de timp
- ***Dinamică*** = Descriere a cum se schimbă starea sistemului
- ***Referință*** = Ce vrem ca sistemul să facă
- ***Ieșire*** = Măsură a (anumitor aspecte ale) sistemului
- ***Intrare*** = Semnal de control
- ***Feedback*** = Mapare a ieșirii la intrare



Înapoi la exemplele noastre

- **Roboți**
- Epidemii
- Bursa de valori
- Termostate
- Circuite
- Motoare
- Rețele electrice
- Sisteme autopilot

Control = Senzori + Calcule + Efectoare

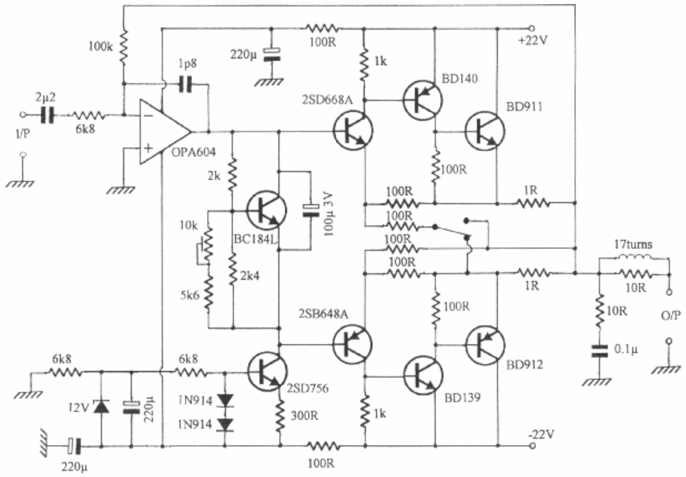


Țeluri:

1. Stabilitate: Sistemul își menține starea de-a lungul timpului (rulează cu viteză constantă)
2. Performanța: Sistemul reacționează rapid la schimbări (accelerează de la 0 la 100 km/h)
3. Robustețe: Sistemul tolerează perturbațiile (masă, frecare, unghiul pantei etc.)

Cele două principii de control

- Robustețe la nesiguranță prin feedback
  - Reacția asigură performanțe mărite chiar și la variațiile neprevizibile ale variabilelor de sistem
  - Amplificatoare care funcționează corect chiar dacă valorile componentelor variază
  - Ideea de bază: măsurarea cu acuratețe a diferenței dintre comportamentul obținut și cel dorit; corectare prin calcul și efectori.
- Designul comportamentului dinamic prin feedback
  - Reacția permite modificarea caracteristicilor dinamice ale unui sistem
  - Exemplu: Îmbunătățirea manevrabilității pentru avioanele instabile
  - Ideea de bază: Interdependența modifică comportamentul normal

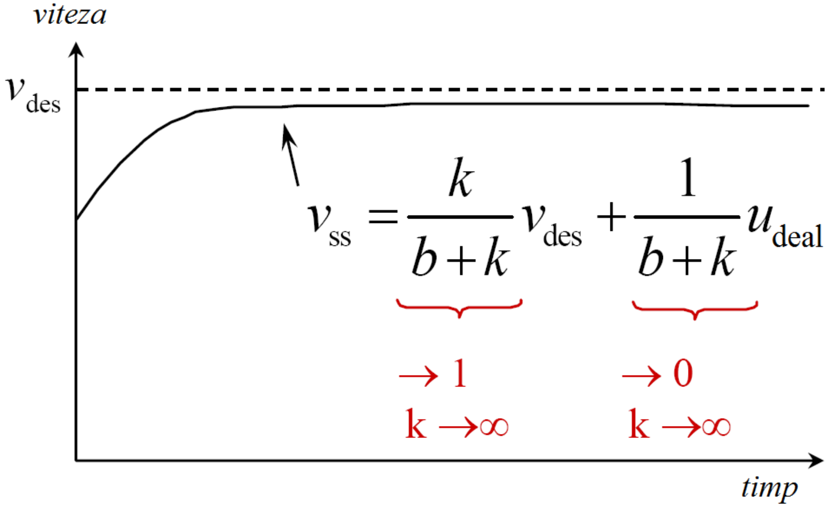


Dryden Flight Research Center EC85 33297-23 Photographed 1985
X-29

Exemplul #2 – Cruise Control

$$m\dot{v} = -bv + u_{motor} + u_{drum}$$

$$u_{motor} = k(v_{des} - v)$$

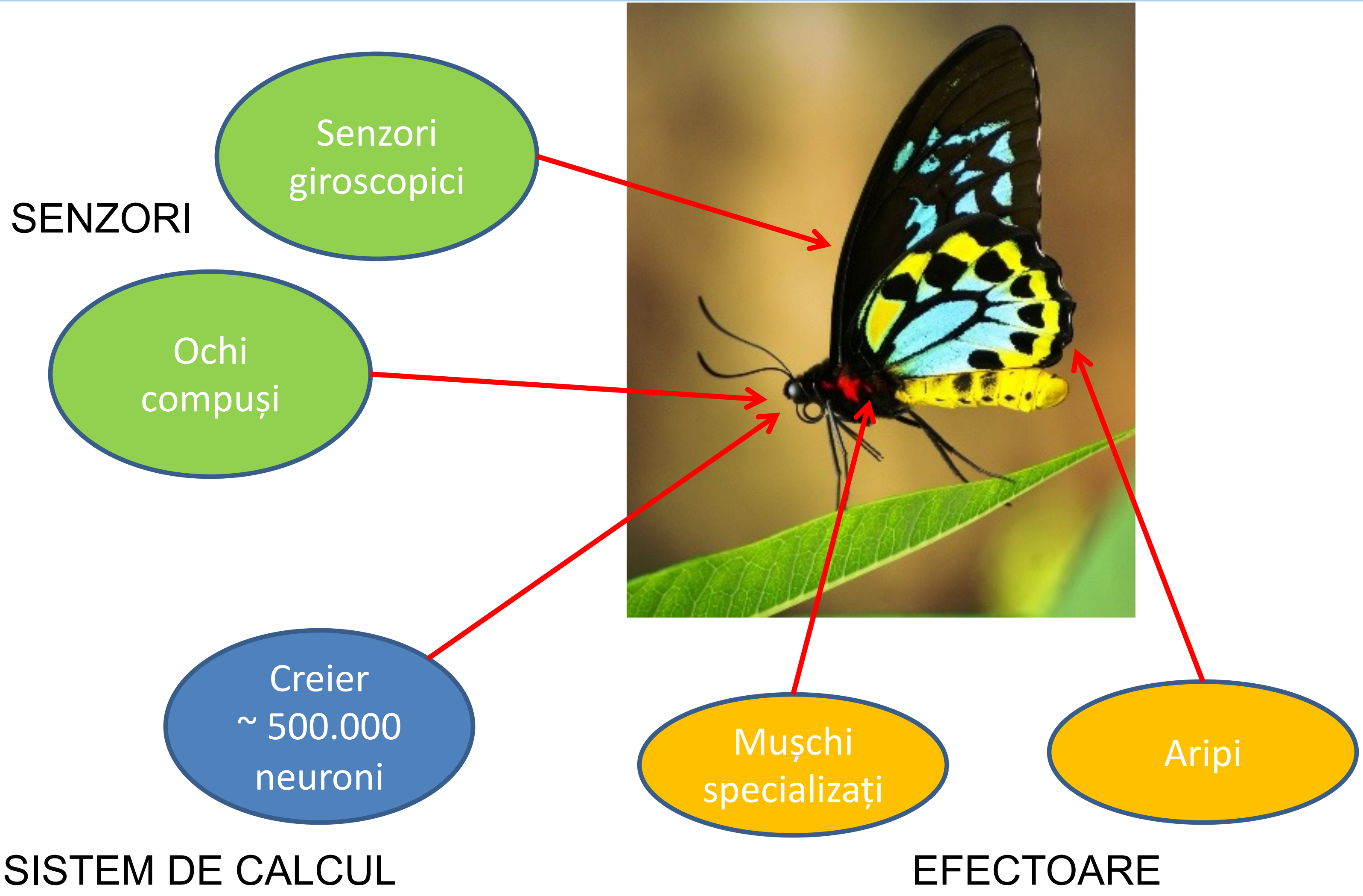


$$v_{ss} = \underbrace{\frac{k}{b+k}}_{\substack{\rightarrow 1 \\ k \rightarrow \infty}} v_{des} + \underbrace{\frac{1}{b+k}}_{\substack{\rightarrow 0 \\ k \rightarrow \infty}} u_{deal}$$

- Stabilitate/performanță
  - Viteza steady state (Vss) se apropie de viteza dorită pentru k-> ∞
  - Răspuns lin, fără depășire sau oscilații
- Rejectia perturbațiilor
  - Efectele perturbațiilor (dealurile) sunt eliminate când k-> ∞
- Robustețe
  - Rezultatele nu depind de valorile factorilor m, b, k pentru k suficient de mare.

Exemplul #3 – Zborul unei insecte

Embedded Systems Laboratory



Aplicațiile moderne ale sistemelor cu reacție

- Sisteme de zbor
  - Fly-by-wire
  - UAV
- Robotică
  - Determinarea exactă a poziției pentru operații precise
  - Medii greu accesibile: spațiu, mare, operații non-invazive
- Procese chimice
  - Reglarea temperaturii, vitezei de reacție, dozarea reactanților
- Comunicații și rețelistică
  - Amplificatoare și repetoare de semnal
  - Power management pentru comunicațiile wireless
- Automobile
  - Controlul motorului, tracțiunii, climatizării, stabilității etc.

Și multe altele….

Nevoia de a avea un model

- Teoria controlului = Cum să găsim semnalul de intrare *u*?
- Obiective:
  - Stabilitate
  - Tracking
  - Robustețe
  - Respingerea perturbațiilor
  - Optimalitate

Modele dinamice

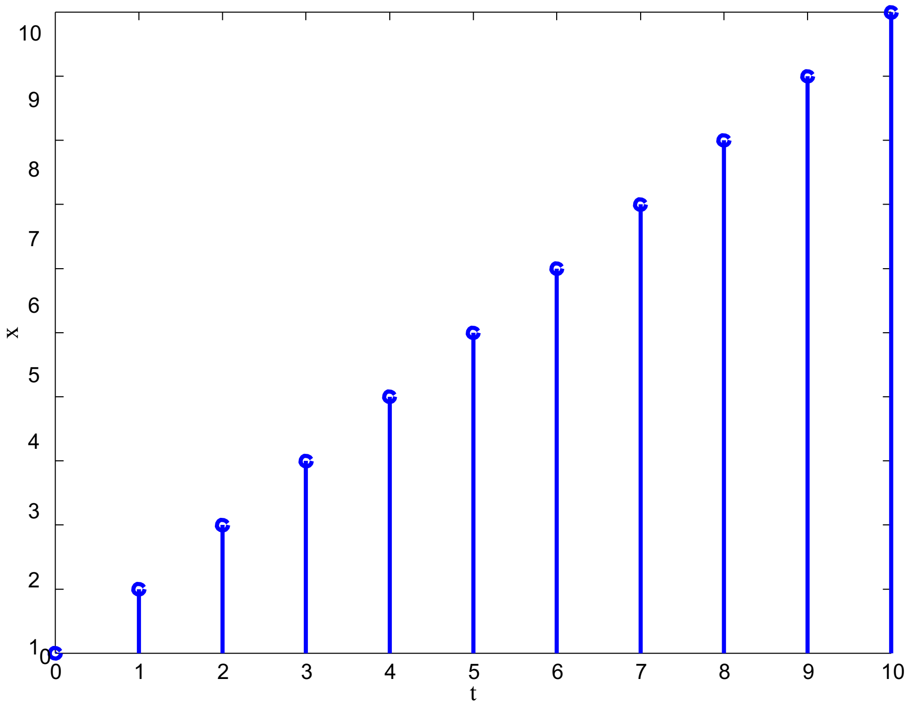
- Strategiile eficiente de control se bazează pe modele predictive
- Timp discret:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \longleftarrow \text{Ecuație a diferențelor}$$

Exemplu: Ceas

$$x_{k+1} = x_k + 1$$

Ceas de timp discret



Dinamică = schimbare cu timpul

Embedded Systems Laboratory

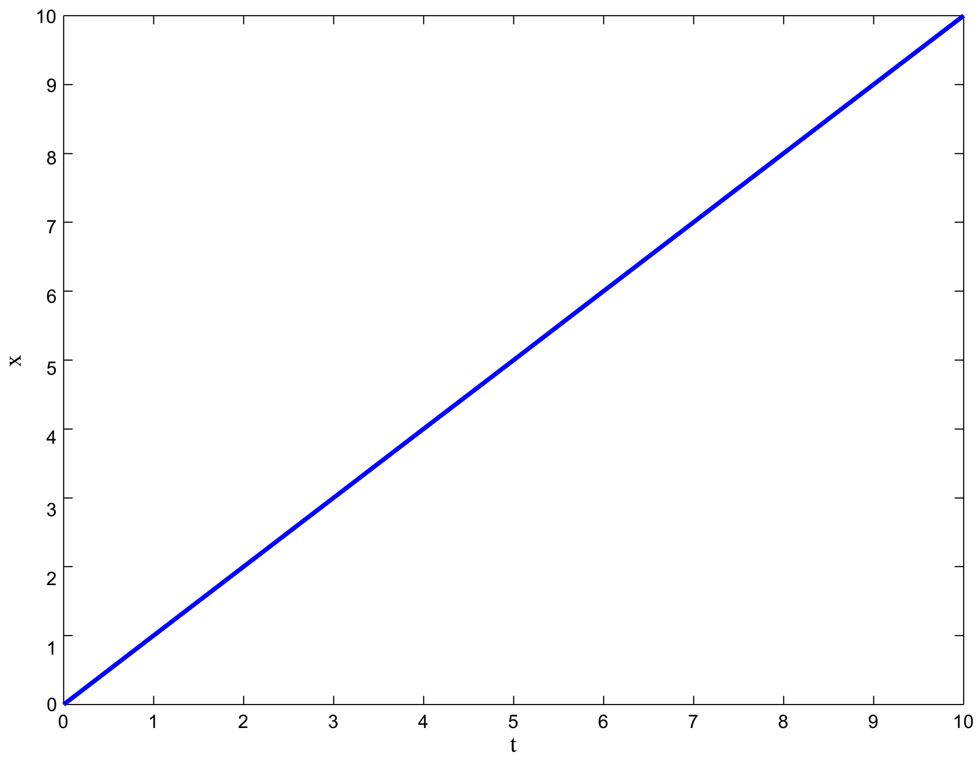
- Legile fizicii (și Natura) sunt scrise pentru timp continuu: În loc de starea următoare, avem nevoie de variația în raport cu timpul a mărimii
- Timp continuu:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad \sim \quad \dot{x} = f(x, u) \longleftarrow \text{Ecuație diferențială}$$

- Ceas:

$$\dot{x} = 1$$

Ceas de timp continuu



De la continuu la discret

- Dar, într-o implementare totul este discret/eșantionat!

$$\dot{x} = f(x, u)$$

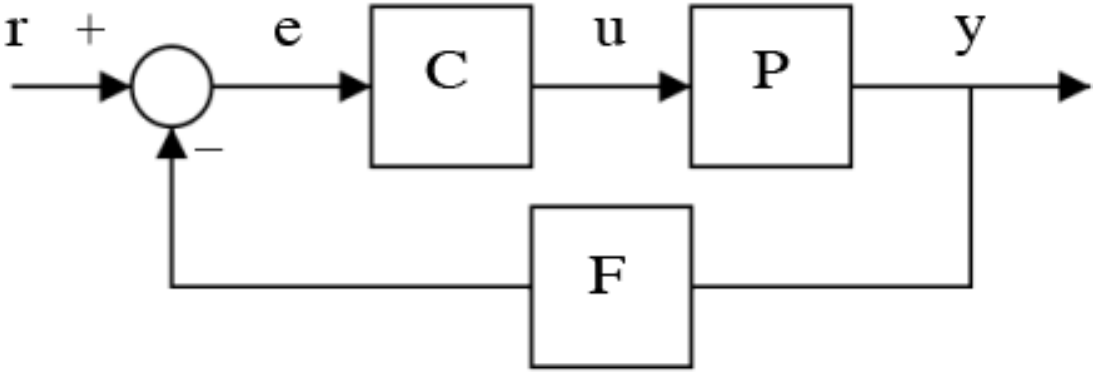
- Timpul de eșantionare: δt

$$x_k = x(k\delta t) \quad \Longrightarrow \quad x_{k+1} = x((k+1)\delta t) = ???$$

$$x(k\delta t + \delta t) \approx x(k\delta t) + \delta t \dot{x}(k\delta t)$$

$$\boxed{x_{k+1} = x_k + \delta t f(x_k, u_k)}$$

Funcția de transfer



$$Y(s) = P(s)U(s) \qquad U(s) = C(s)E(s) \qquad E(s) = R(s) - F(s)Y(s).$$

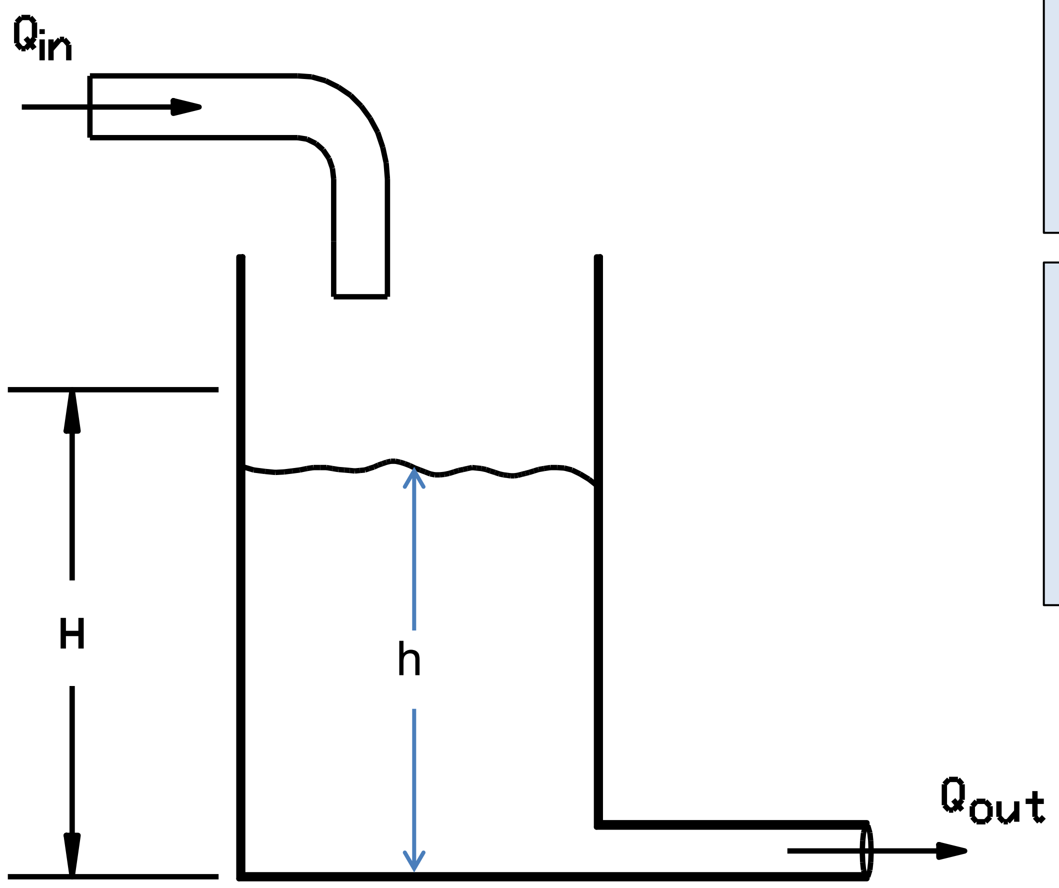
$$Y(s) = \left(\frac{P(s)C(s)}{1 + F(s)P(s)C(s)}\right) R(s) = H(s)R(s).$$

$$H(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + F(s)P(s)C(s)}$$

Funcția de transfer a sistemului

Problema controlului

Concepte fundamentale



Menținem o variabilă a unui process la o valoare dorită și rejectăm efectele perturbațiilor prin manipularea alte variabile din sistem.

Exemple:

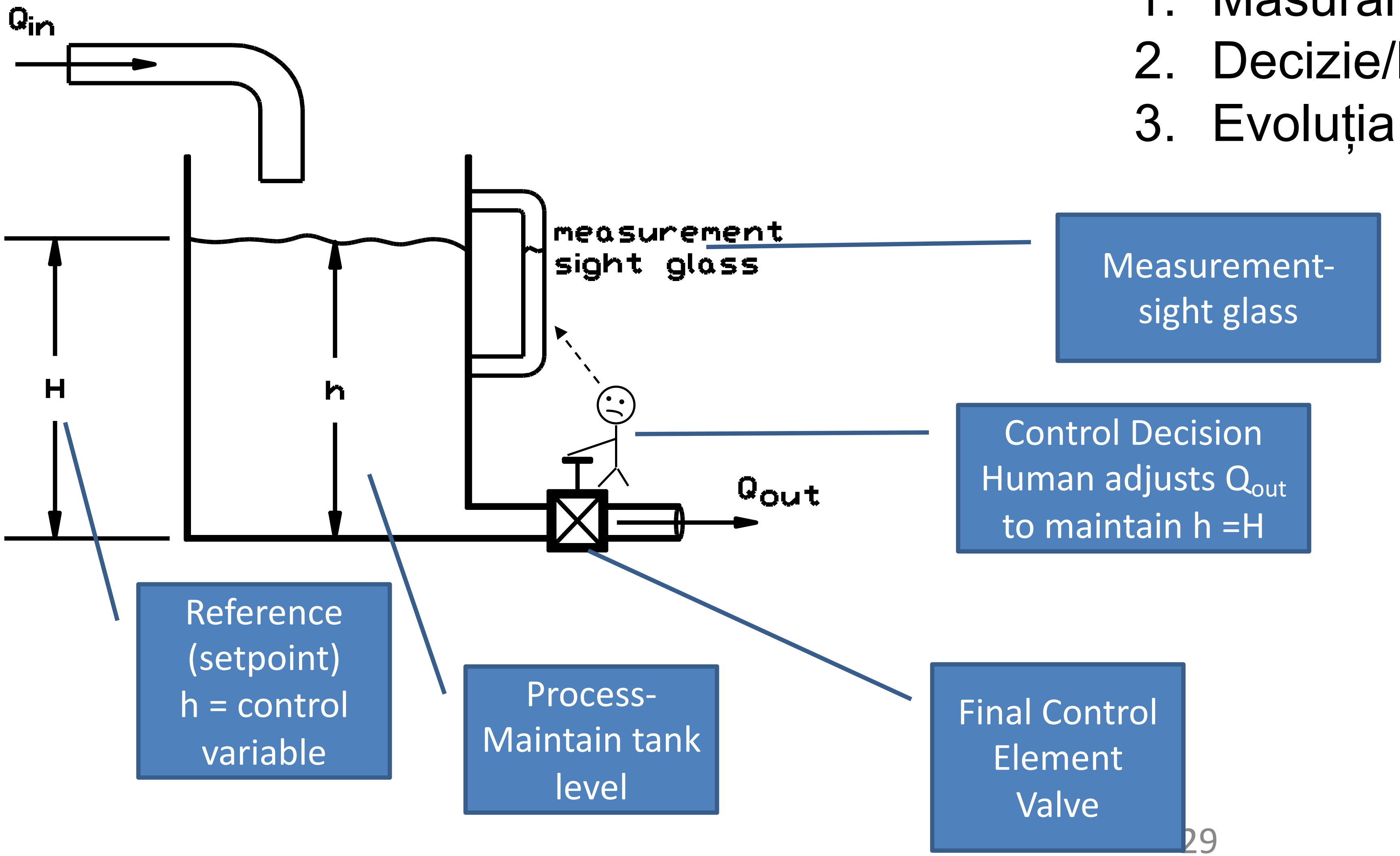
Încălzirea sau răcirea unei incinte
Cruise control la automobile
Menținerea altitudinii de zbor a unei drone
Menținerea constantă a nivelului unui rezervor

Q_{out} depinde de h
Dacă $Q_{out} = Q_{in}$, h constant
$Q_{out} > Q_{in}$, rezervorul se golește
$Q_{out} < Q_{in}$, rezervorul refulează

Teoria controlului: idei de bază

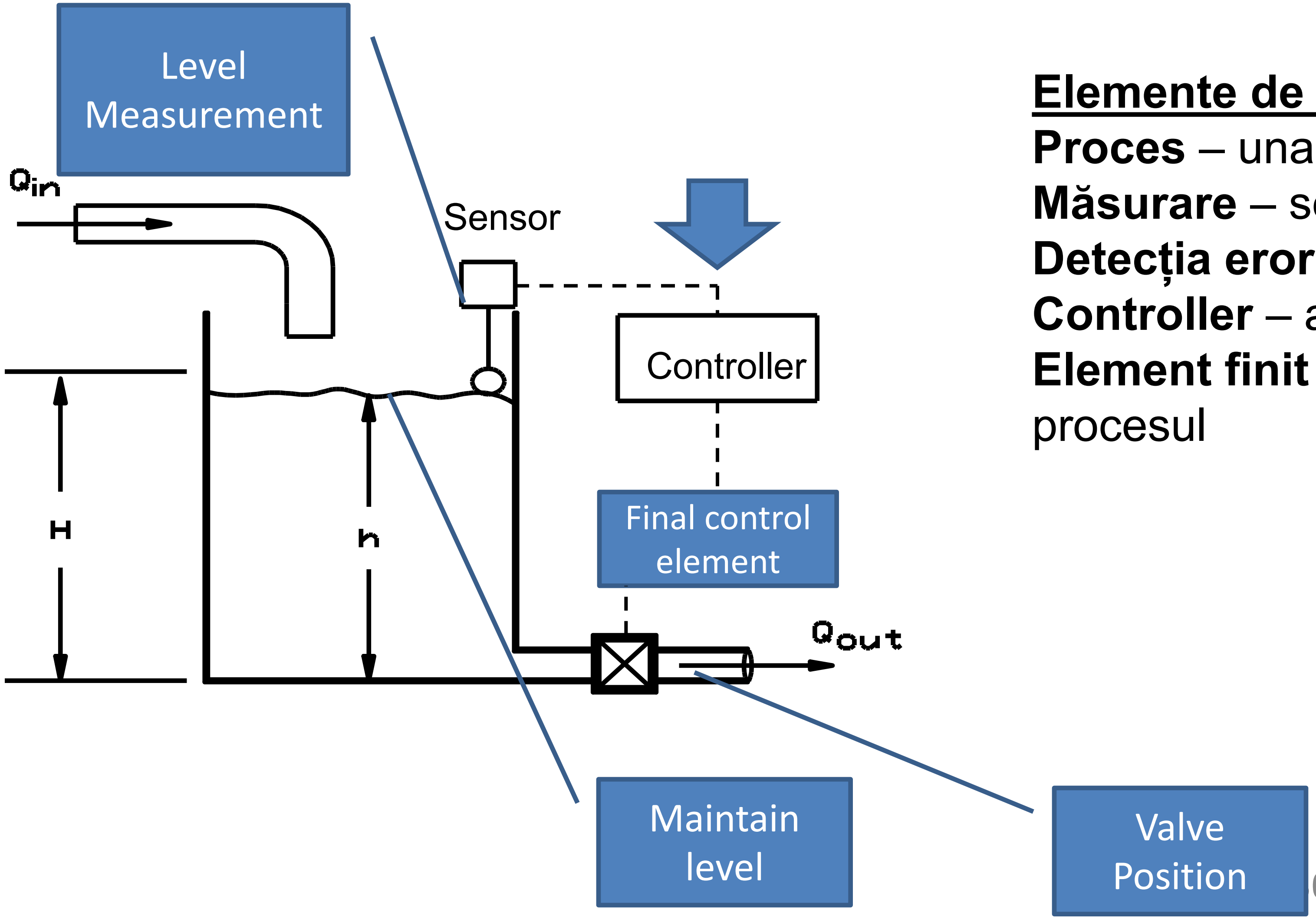
<u>Sisteme cu reacție</u>

1. Măsurare
2. Decizie/lege de control
3. Evoluția sistemului



Sisteme automate de control

Folosim senzori și electronica pentru a monitoriza și controla sistemul



<u>Elemente de control automat</u>

Proces – una sau mai multe variabile

Măsurare – senzori

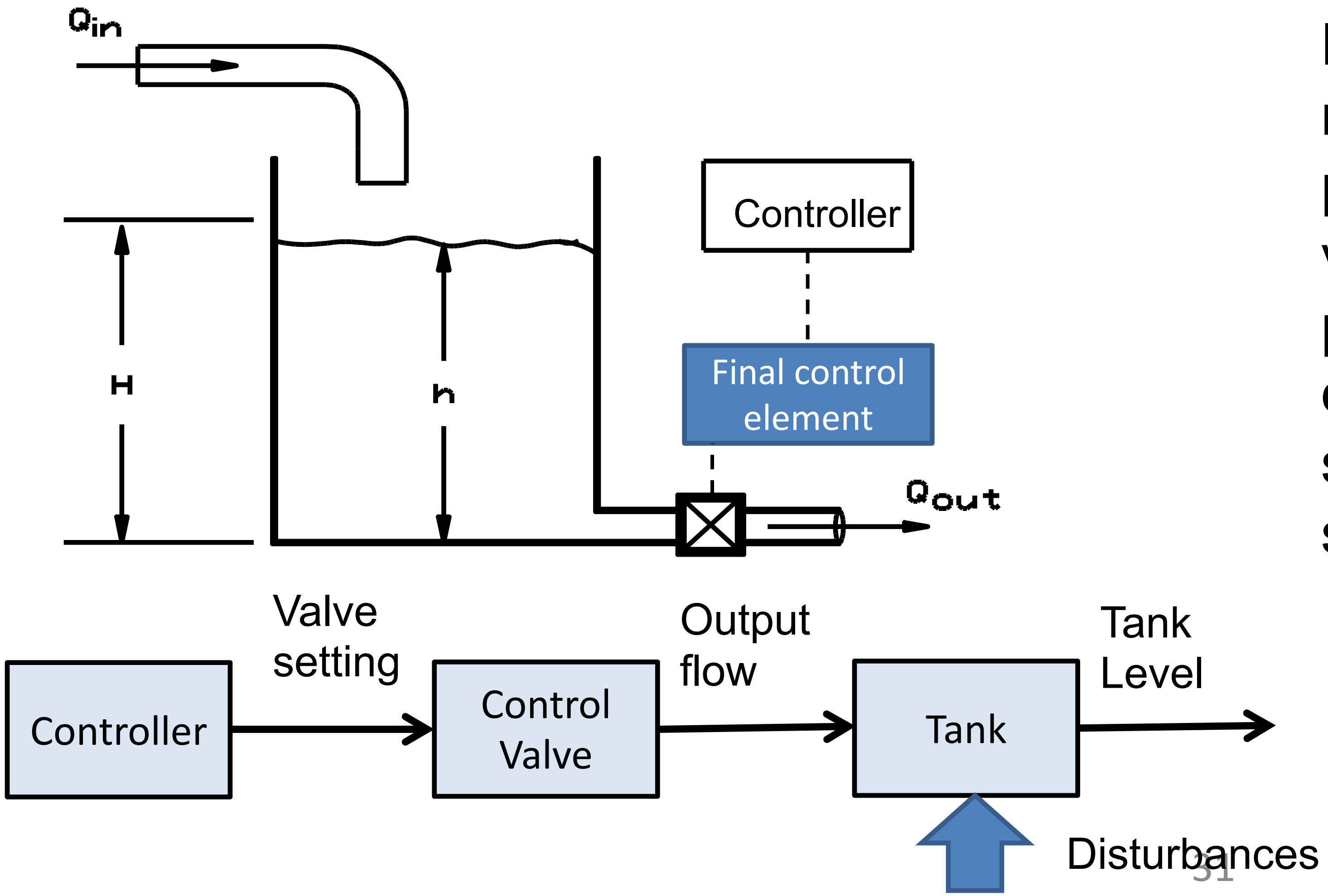
Detecția erorii – compară H cu h

Controller – aplică corecții

Element finit de control – modifică procesul

Sistem în buclă deschisă

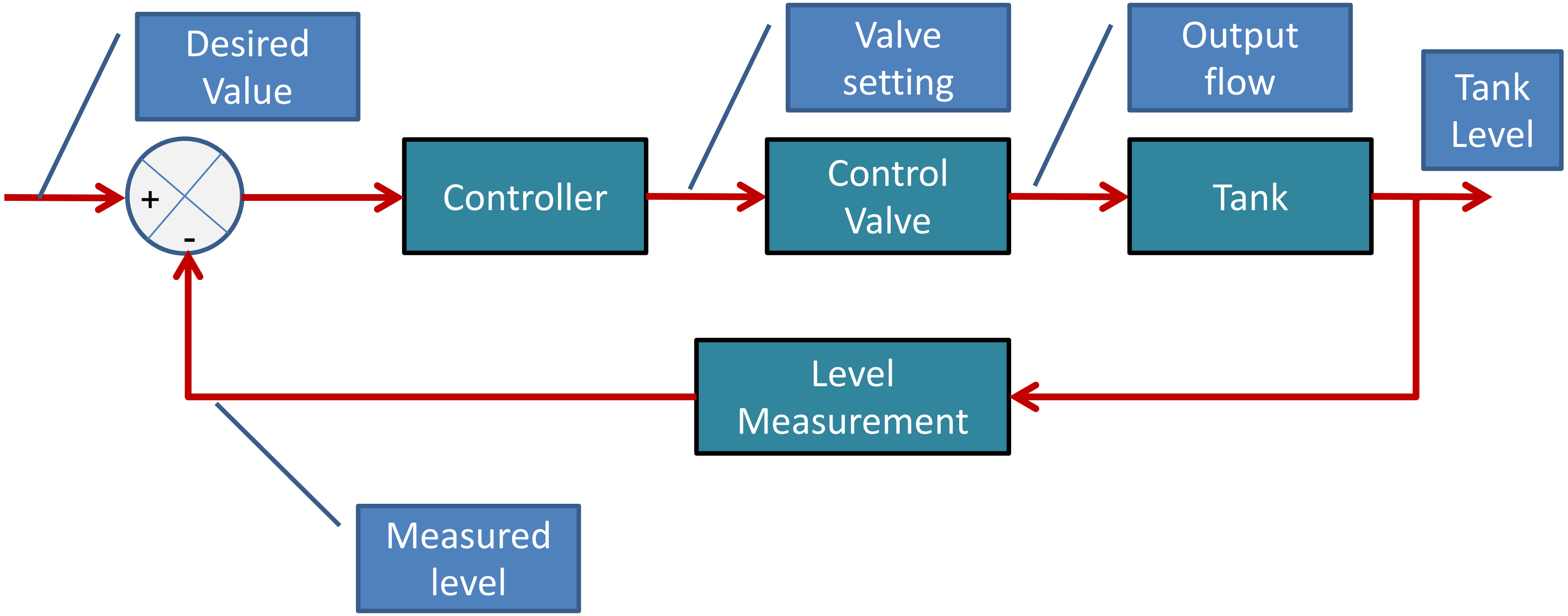
Sistemul în buclă deschisă modifică ieșirea în baza unor valori predeterminate de control. Nu se măsoară cantitatea controlată.



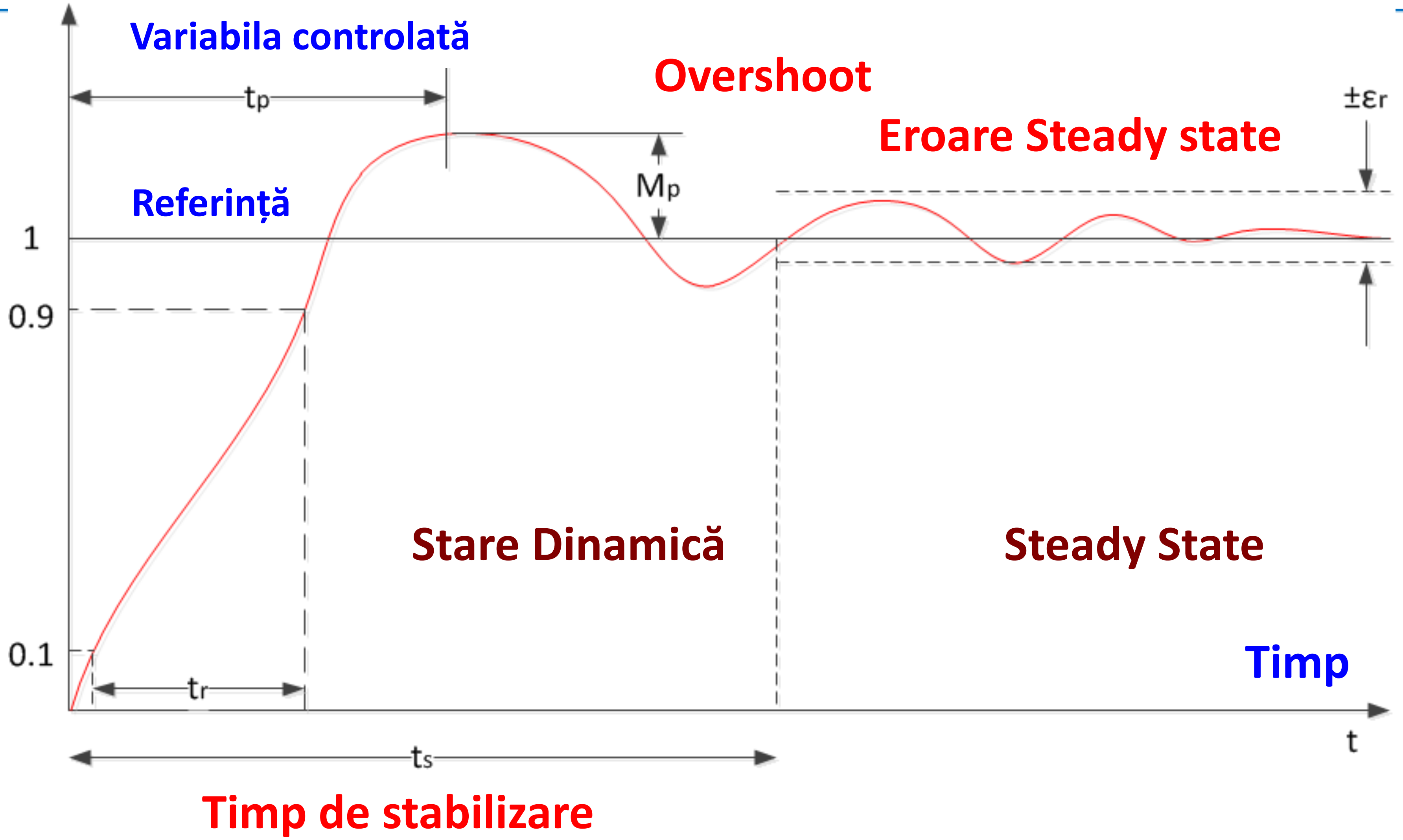
Nivelul rezervorului poate să varieze la perturbații externe sau la schimbări de sistem

Sistem cu reacție

Reacția presupune o modificare a ieșirii în funcție de valorile măsurate ale variabilei de control. Valoarea măsurată este comparată cu valoarea dorită și ajustată la apariția perturbațiilor. Sistemul cu reacție adduce o parte din ieșire înapoi la intrare.



Indicatori de Performanță



Proprietățile Regulatoarelor

- Stabilitate
- Ieșirea "urmărește" intrarea pentru orice tip de semnal de intrare
- Ex: în controlul proporțional, stabilitatea este estimată prin stabilirea dacă polii funcției de transfer au modulul mai mic ca 1

Proprietățile Regulatoarelor

- Acuratețe
- Acuratețea este dată de mărimea erorii de steady-state.
- Ex: în controlul proporțional, acuratețea este calculată în raport cu câștigul funcției de transfer pentru o valoare de referință a intrării. Eroarea este zero dacă și numai dacă acest câștig este 1.

Proprietățile Regulatoarelor

- Depășirea superioară (Overshoot)
- Este o proprietate a răspunsului la o excitație de tip treaptă a intrării.
- Depășirea superioară este caracteristică pentru un comportament oscilant al sistemului. O valoare mare pentru overshoot va fi urmată de obicei de o depășire inferioară (undershoot).

Tipuri de control

- Control Proporțional (P)
- Control Proporțional Integral (PI)
- Control Proporțional Diferențial (PD)
- Control PID

Cruise-Controller

- Face o mașină să meargă la o viteză dorită, de referință (*r*)
- A doua lege a lui Newton:
  $F = ma$
- Stare: viteza (*x*)
- Intrare: accelerează/frână (*u*) $F = cu$ (*c= coeficient transmisie electro-mecanică*)
- Dinamică:

$$\dot{x} = a \Rightarrow m\dot{x} = cu \Rightarrow \underline{\dot{x} = \frac{c}{m} u}$$

Proiectarea regulatoarelor

- Presupunem că măsurăm viteza (*y*=*x*)
- Sistemul de control trebuie să fie o funcție de *r*-*y* (=*e*)

- Ce proprietăți trebuie să aibă semnalul de control?
  - Un *e* mic va genera un *u* mic
  - *u* nu ar trebui să fie “zgâlțâit”
  - *u* nu trebuie să depindă de valorile *c* și *m* (nu putem oricum să le cunoaștem în toate cazurile)

Proiectarea regulatoarelor – elemente de bază

- Modelul mașinii:

$$\dot{x} = \frac{c}{m} u$$

- Vrem să

$$x \to r \text{ când } t \to \infty \qquad (e = r - x \to 0)$$

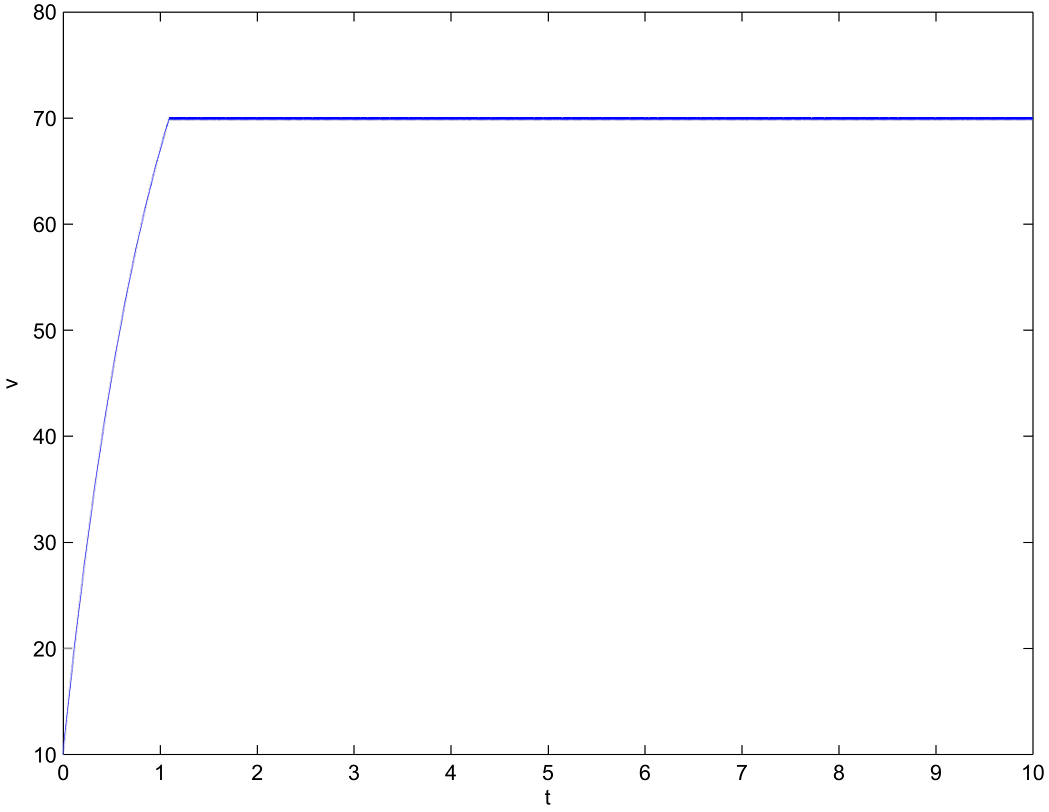
- *Încercarea 1*

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{if } e > 0 \\ -u_{max} & \text{if } e < 0 \\ 0 & \text{if } e = 0 \end{cases}$$

Control Bipozițional (Bang-Bang) - Teoretic

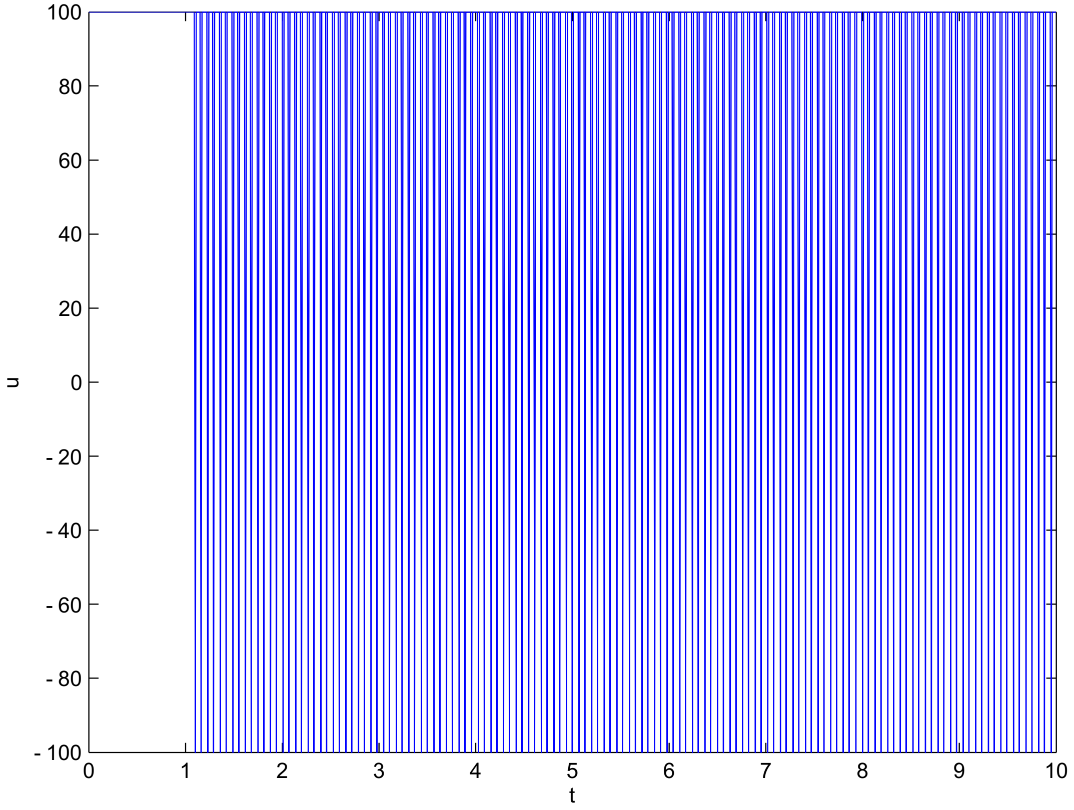
Embedded Systems Laboratory

r=70



Bang-Bang Control - Realitatea

BAD!



Bumpy ride

Burns out actuators

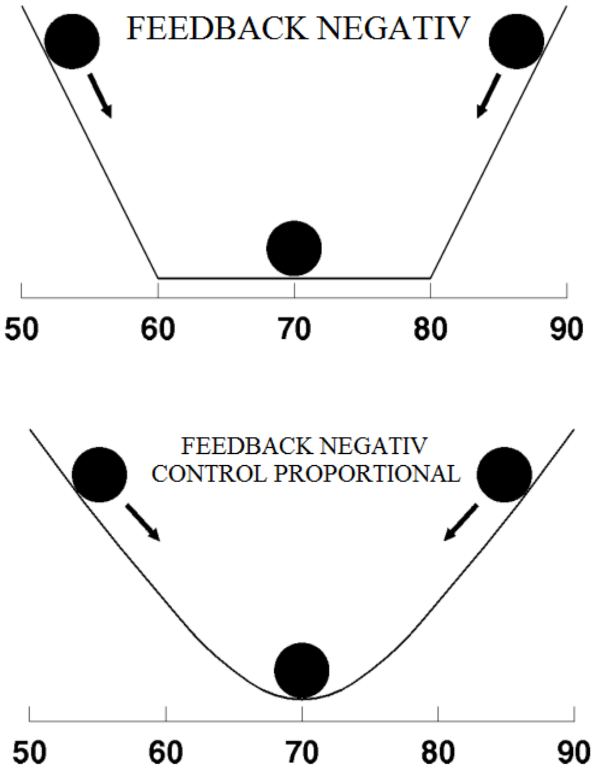
....

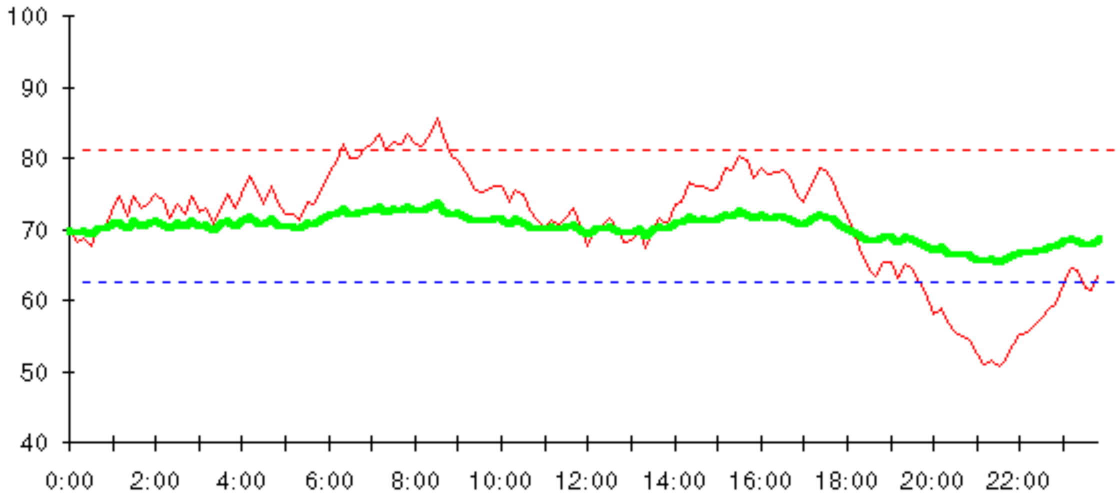
Bang-Bang Control – Proces lent

Embedded Systems Laboratory

Putem avea un control mai precis?

- Controlul temperaturii unei incinte
  - Termostat cu 2 praguri: 14 si 20 grade C (bang-bang)
  - Regulator proporțional



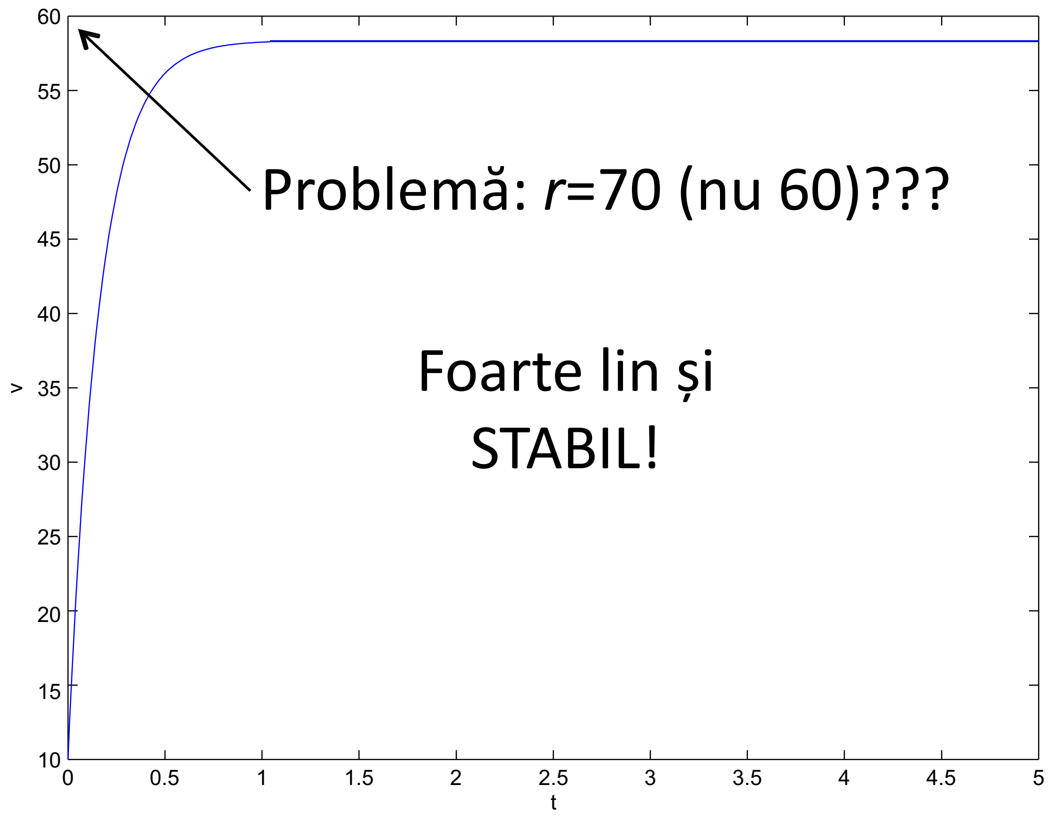


Control P

- Problemă: Regulatorul reacționează prea puternic la erori mici

- *Încercarea 2*
  $u = ke$
  - Erorile mici dau un semnal de control mic
  - Control foarte ”lin”
  - Numit și regulator proporțional (P-regulator)

Regulator P



60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
t
v
Problemă: r=70 (nu 60)???
Foarte lin și
STABIL!

Stabilitate dar nu și urmărire

- Deficiență: Modelul “real” este îmbunătățit pentru a include rezistența la înaintare:

$$\dot{x} = \frac{c}{m}u - \gamma x$$

- Acest model este folosit pentru a simula controller-ul
- La steady-state (*x* nu se mai schimbă)

$$\dot{x} = 0 = \frac{c}{m}u - \gamma x = \frac{c}{m}k(r - x) - \gamma x \Rightarrow (ck + m\gamma)x = ckr$$

$$\boxed{x = \frac{ck}{ck + m\gamma}r < r}$$

Obiective de performanță

- Un regulator ar trebui să ofere:
  - Stabilitate (BIBO)
  - Tracking
  - Robustețe

$$\dot{x} = \frac{c}{m} u - \gamma x$$

Problemă: Dintr-odată trebuie să cunoaștem toți parametrii fizici pe care nu îi cunoaștem – *Nu este robust!*

- *Încercarea 3*

$$u = ke + \gamma \frac{m}{c} x$$

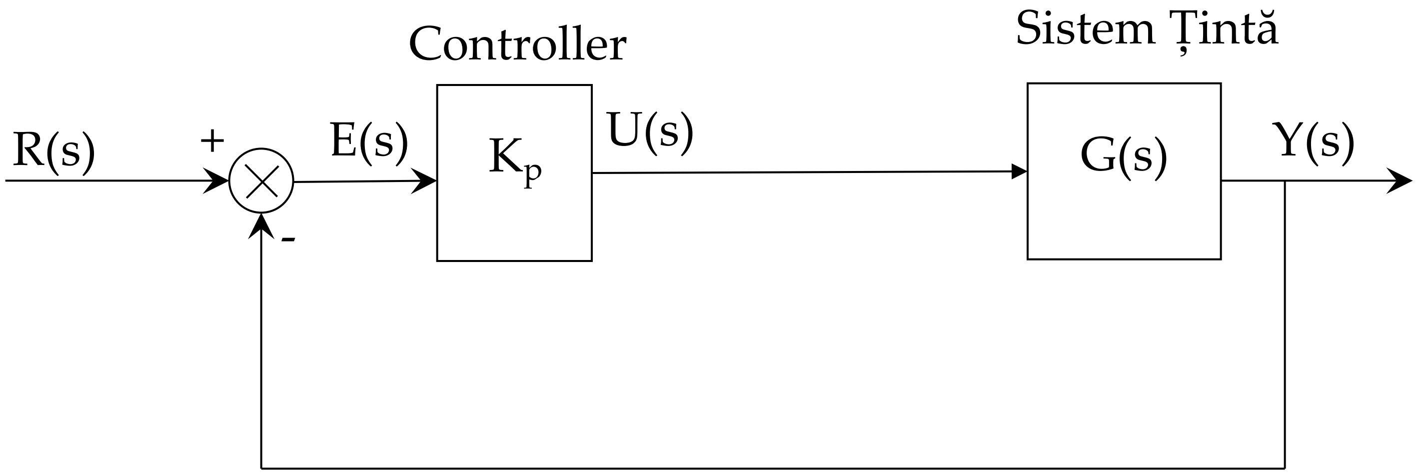
$$\dot{x} = 0 = \frac{c}{m} k(r - x) + \gamma x - \gamma x \quad \Rightarrow \quad x = r$$

Tracking!

Control Proporțional

- Una dintre cele mai des întâlnite bucle de control
- Ieșirea controllerului este direct proporțională cu eroarea
- Produce rezultate bune pentru majoritatea aplicațiilor unde parametrii de funcționare nu sunt critici (overshoot, stabilitate, eroare steady-state)

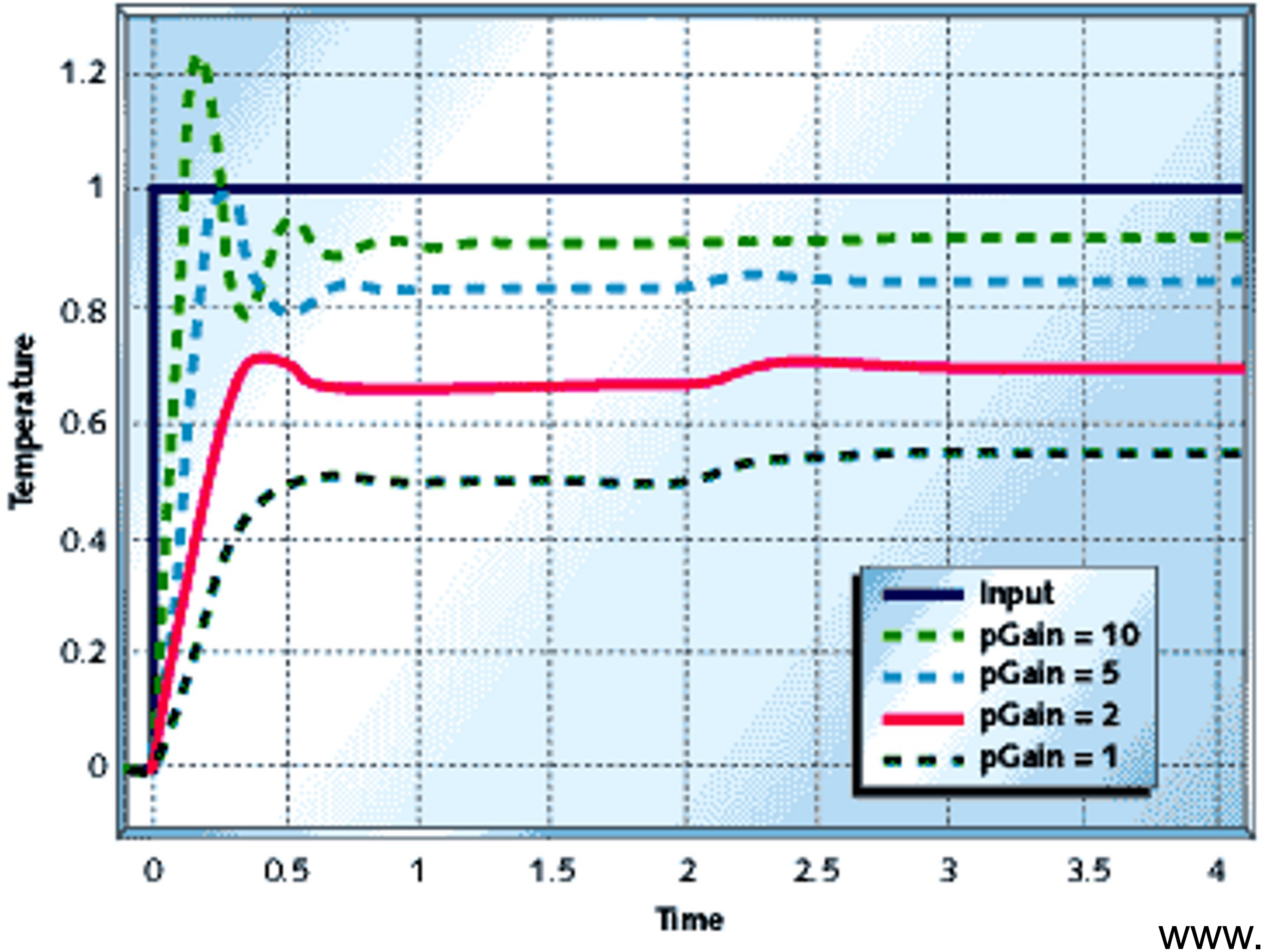
Control Proporțional



$$E(s) = R(s) - Y(s) \qquad U(s) = K_P E(s) \qquad Y(s) = G(s)U(s)$$

$$H(s) = \frac{K_P \cdot G(s)}{1 + K_P \cdot G(s)}$$

Răspunsul la semnal de tip treaptă



www.embedded.com

Caracterizarea Regulatorului P

- Ecuația caracteristică a sistemului:

$$1 + K_P \cdot G(s) = 0$$

- Când Kp -> 0, soluțiile următoarei ecuații sunt polii lui G(s):

$$\frac{1}{G(s)} + K_p = 0$$

- Când Kp->infinit, soluțiile următoarei ecuații sunt zerourile lui G(s):

$$\frac{1}{K_p} + G(s) = 0$$

Stabilitate

- Sistemul cu control proporțional este stabil dacă pentru o anumită valoare a lui Kp, toți polii sunt în interiorul cercului unitate

  (modul < 1).
- Orice sistem care are cel puțin un zero la infinit va deveni întotdeauna instabil pentru o valoare suficient de mare a lui Kp.

Acuratețe

$$e_{ss} = \lim_{k->\infty}(r(k) - y(k)) = r_{ss} - y_{ss}$$

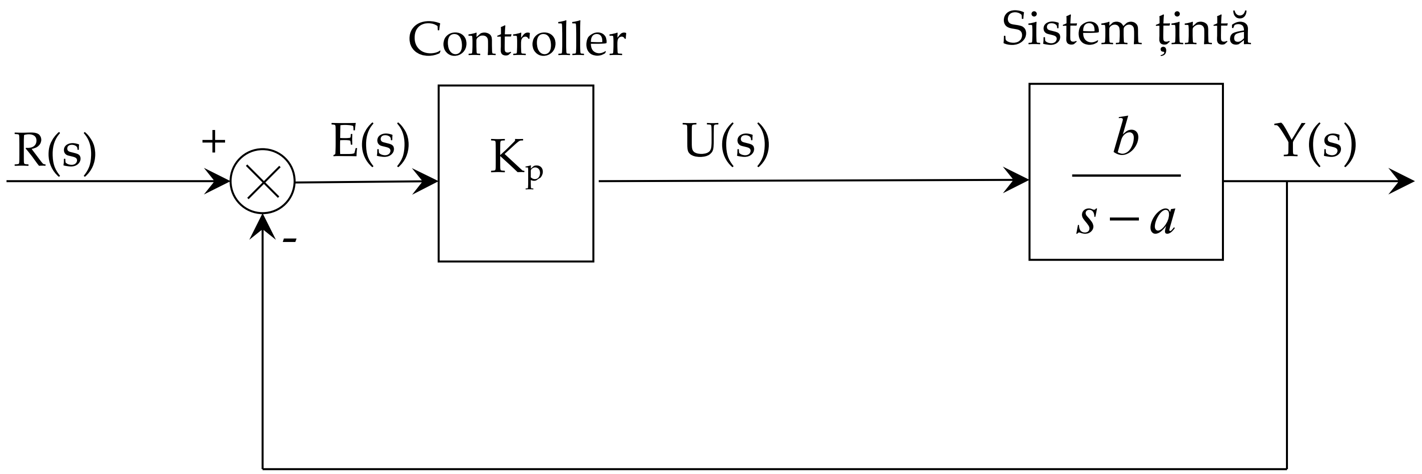
$$K_p = \frac{H(s)}{G(s)(1 - H(s))}$$

$$e_{ss} = \lim_{k->\infty} e(k) = \lim_{s->0} \frac{1}{1 + K_P G(s)}$$

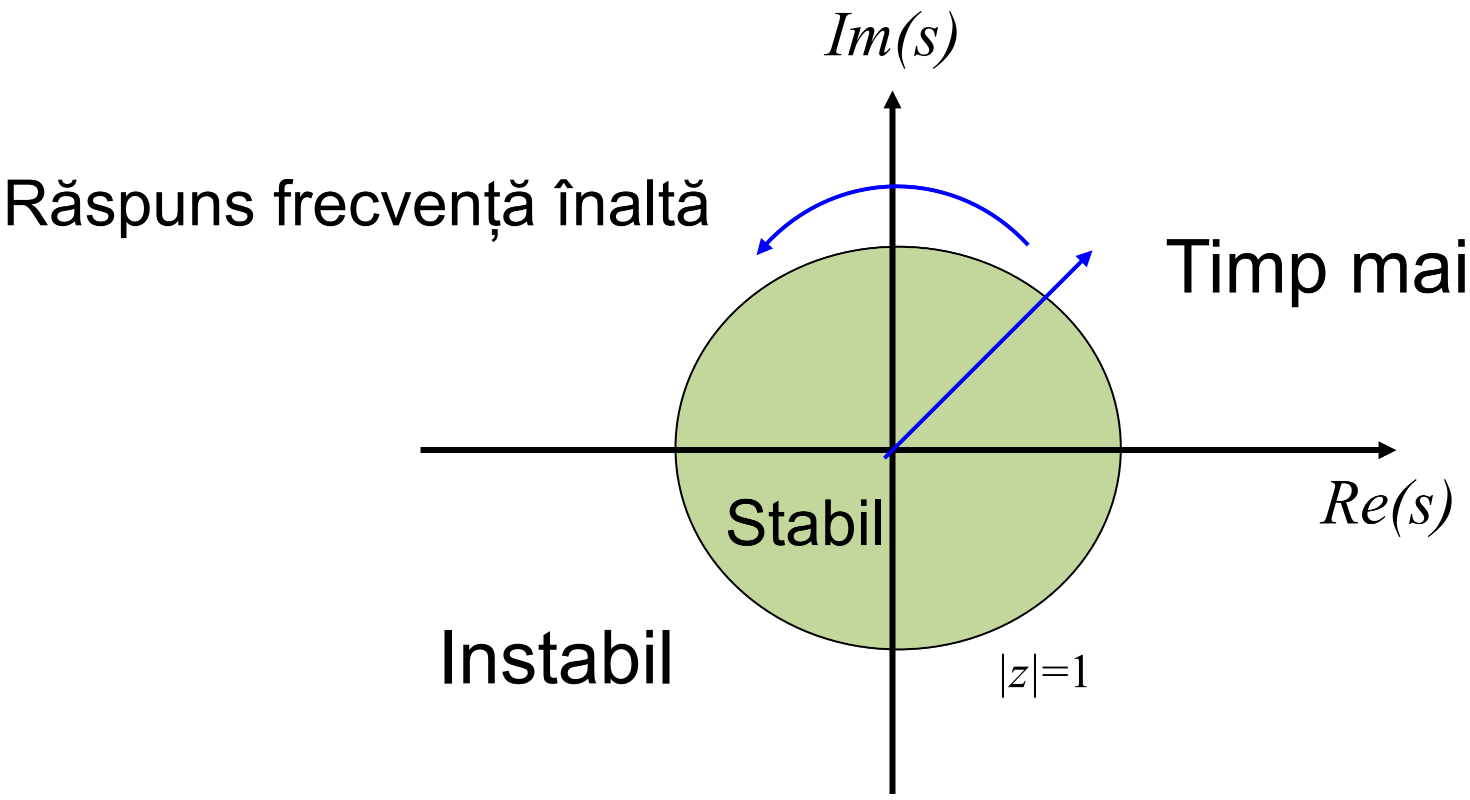
- Eroarea de stare stabilă este cu atât mai mică cu cât Kp este mai mare.

Acordarea Kp

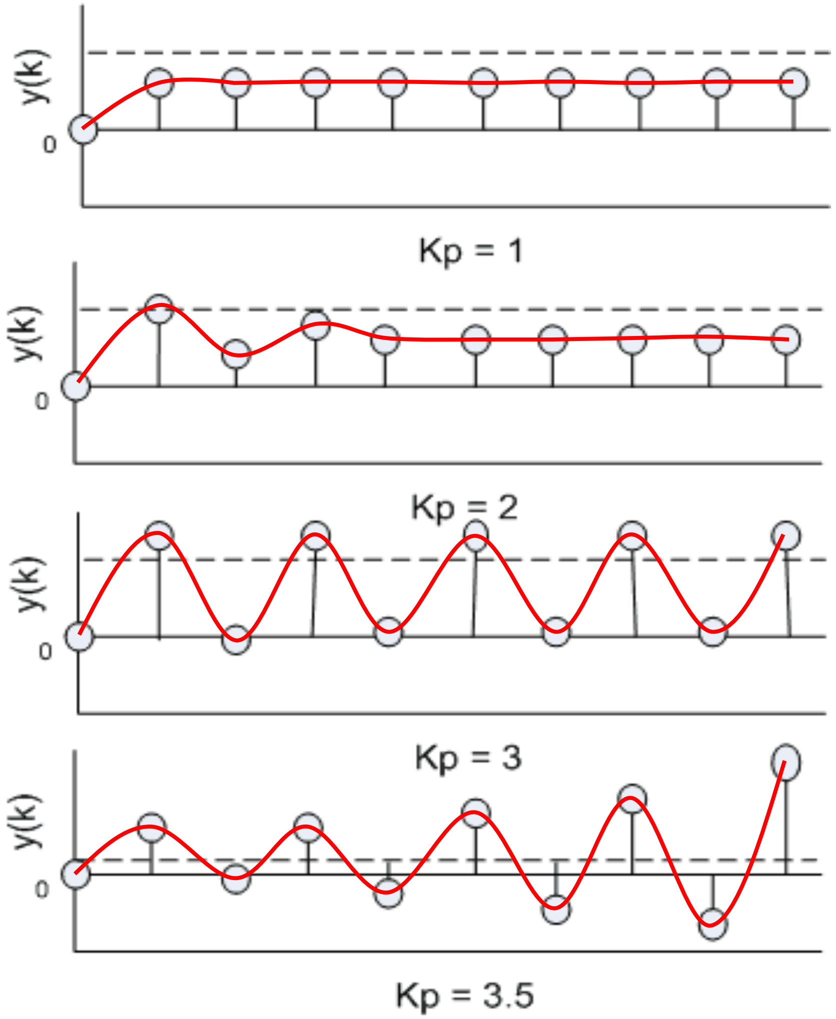
- Ce valoare a lui K_p aleg pentru ca sistemul meu sa fie cât mai performant?
- Exemplu: controllerul de temperatură



Efectul polilor funcției de transfer



Efecte pentru diferite valori ale Kp



$$G(s) = \frac{0.43}{s - 0.47}$$

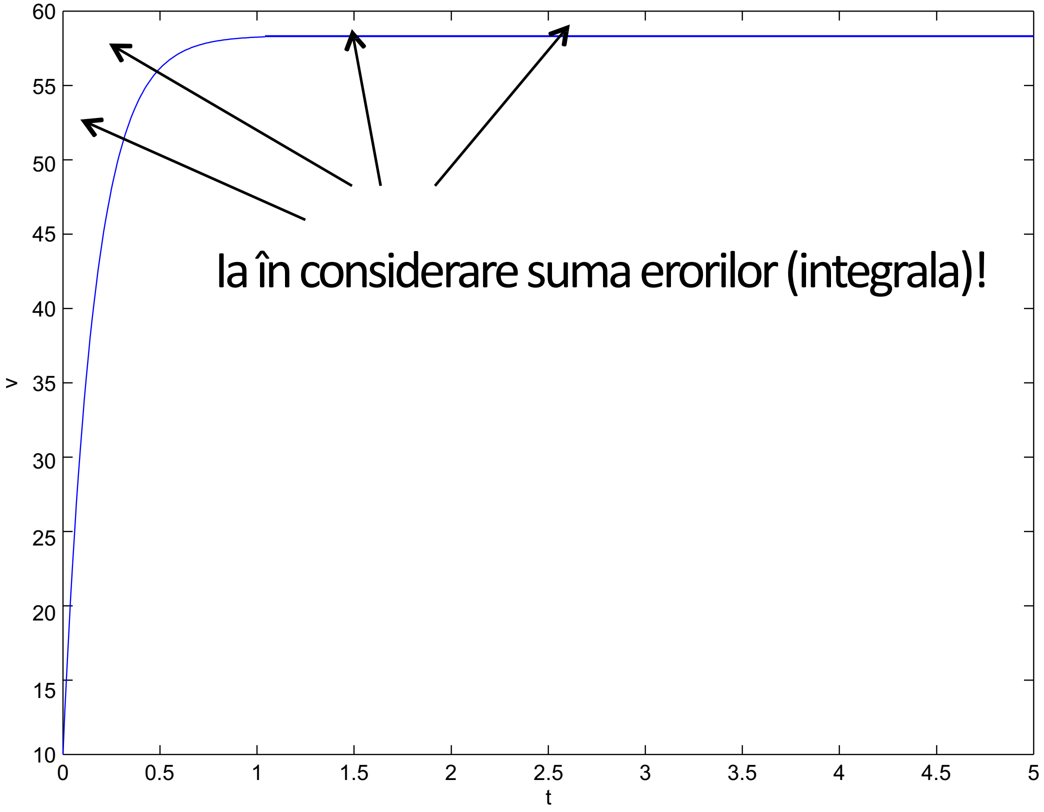
- Evoluția sistemului în timp în funcție de K_p
- K_p = 1, polul funcției de transfer este aproape 0, $|e_{ss}|$ este mare.
- K_p = 2, pol în -0.51, overshoot și oscilație.
- K_p = 3, pol la -1, oscilație.
- K_p = 3.5, pol la -1.25, sistemul este instabil.

Concluzii Control P

+ Este foarte ușor de implementat
+ Stabilitate bună dacă alegem K_p potrivit

- Timp destul de îndelungat pentru stabilizare
- Poate intra foarte ușor în oscilație
- Pentru valori din ce în ce mai mari ale K_p sistemul devine instabil
- În general, una sau mai multe cerințe (eroare de stare stabilă, depășire, oscilație) sunt imposibil de satisfăcut pentru orice valoare a K_p

Regulator P



Ia în considerare suma erorilor (integrala)!
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
v
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
t

Regulatoare PI

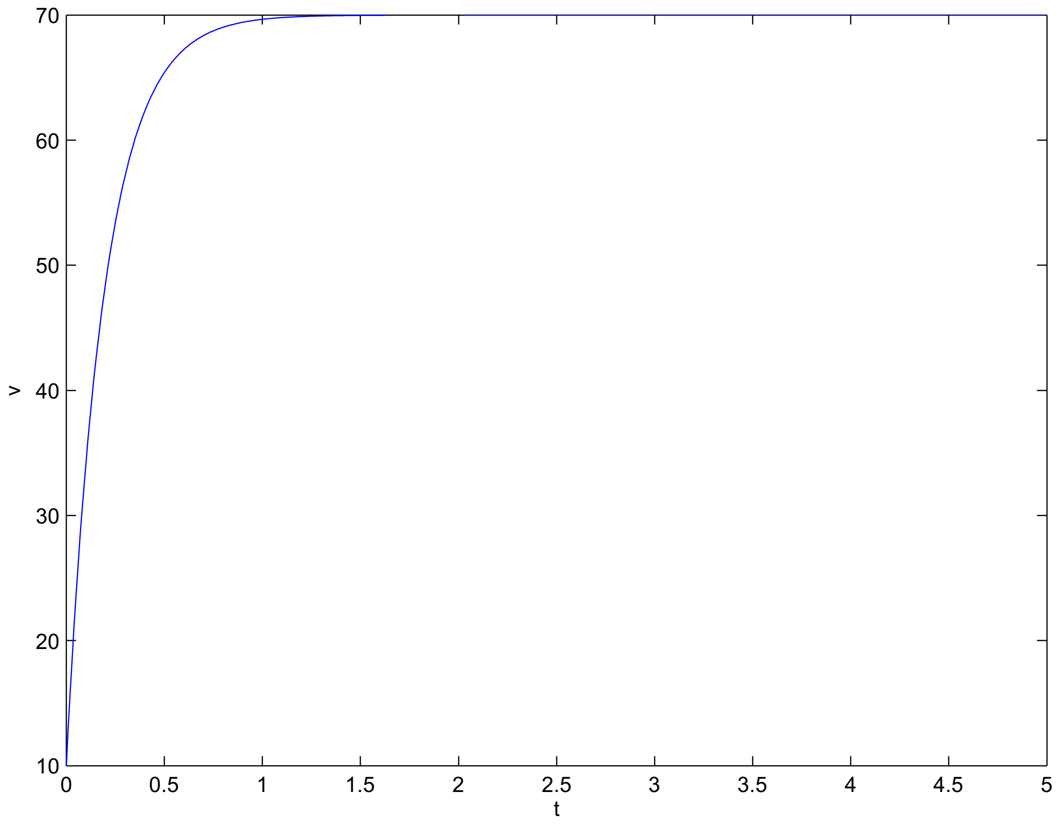
- *Încercarea 4*

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau)d\tau$$

- Sau, de ce nu un Regulator PID?

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau)d\tau + k_D \frac{de(t)}{dt}$$

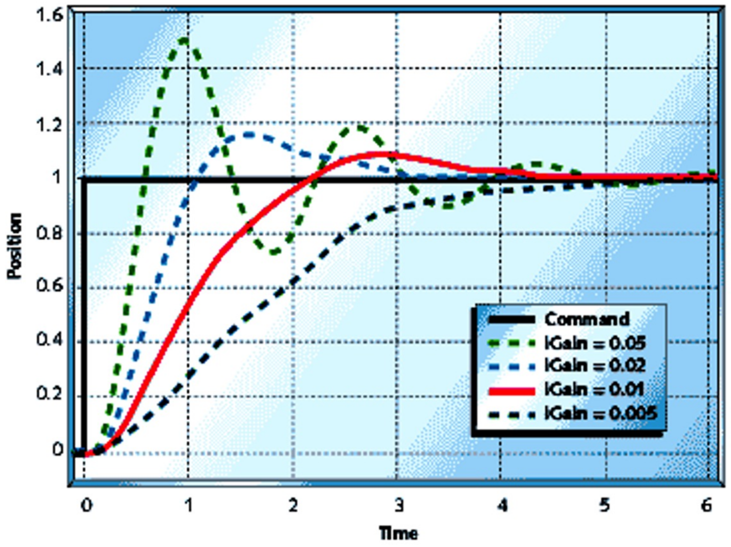
Regulator PI

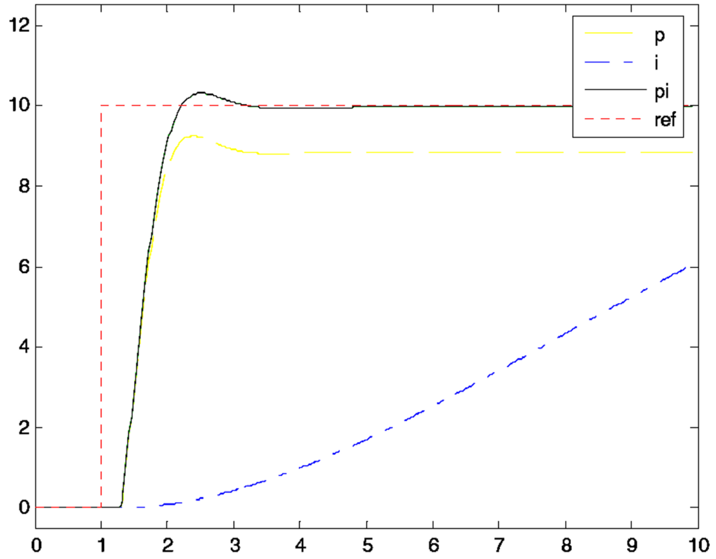


Control Integral

- Folosit pentru a adăuga precizie pe termen lung sistemului
- Aproape întotdeauna este folosit în conjuncție cu controlul proporțional (PI)
- Regulatorul însumează erorile trecute până când ieșirea ajunge la valoarea de referință

Control integral pur



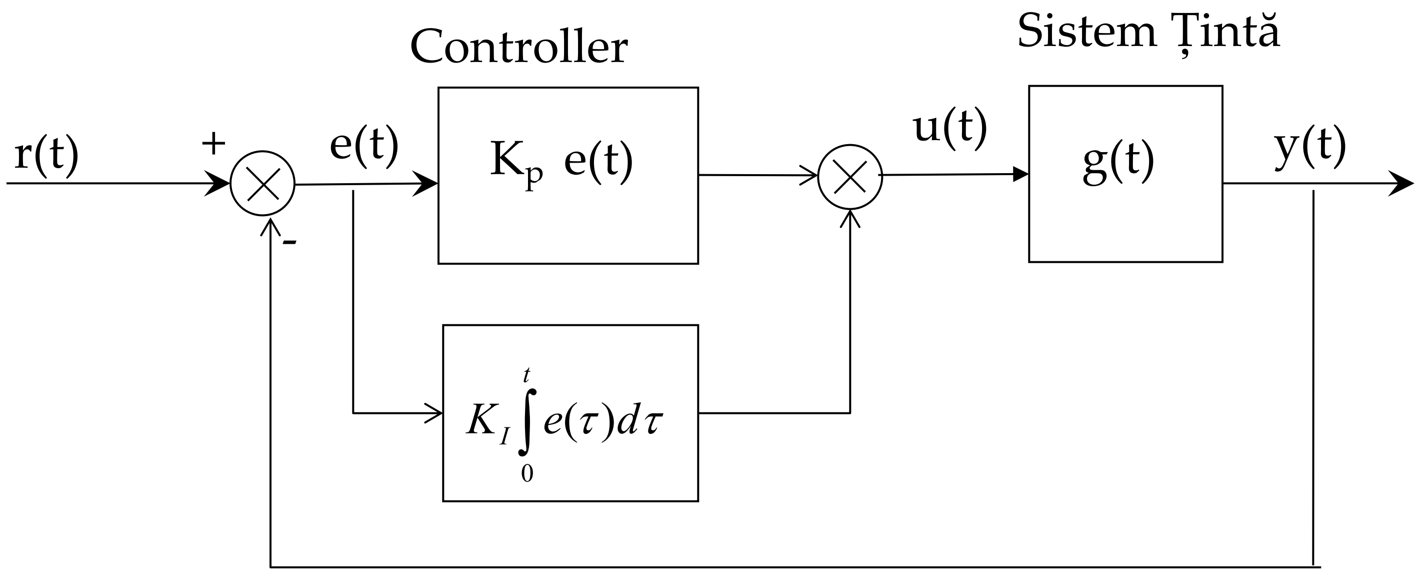


- Răspunsul controlului I este lent și uneori poate produce oscilația sistemului. De cele mai multe ori este preferat controlul PI.

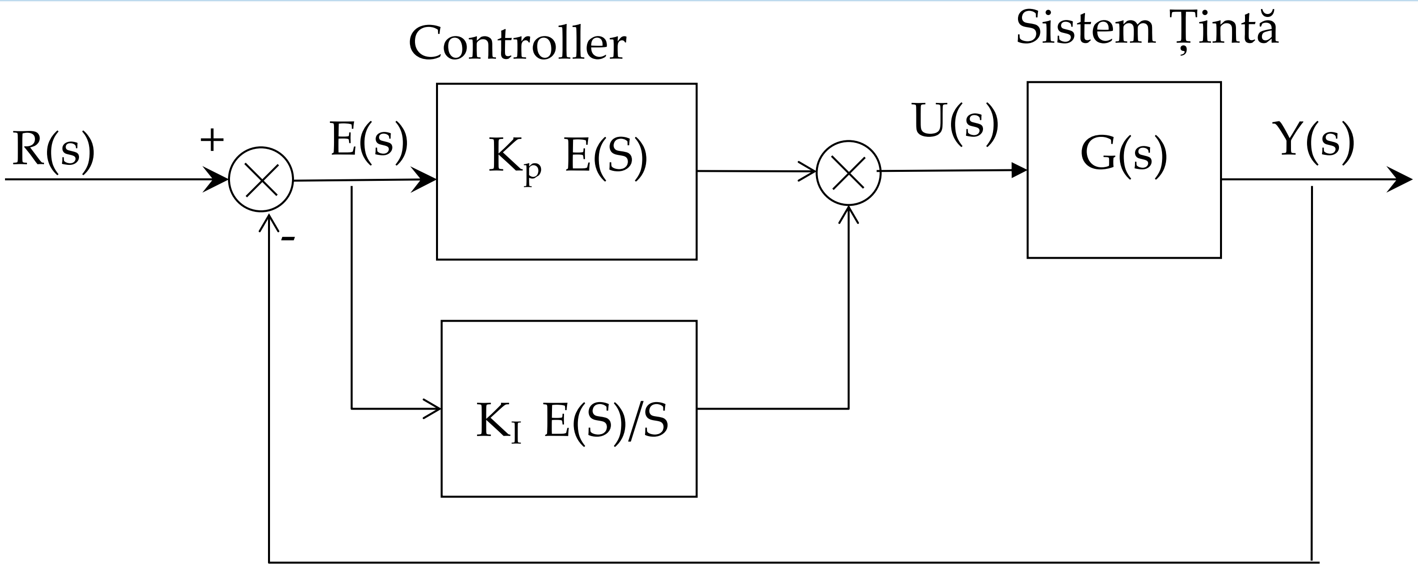
www.embedded.com

Control Proporțional-Integral

- Ieșirea regulatorului este direct proporțională cu integrala tuturor erorilor trecute.



Funcția de transfer PI

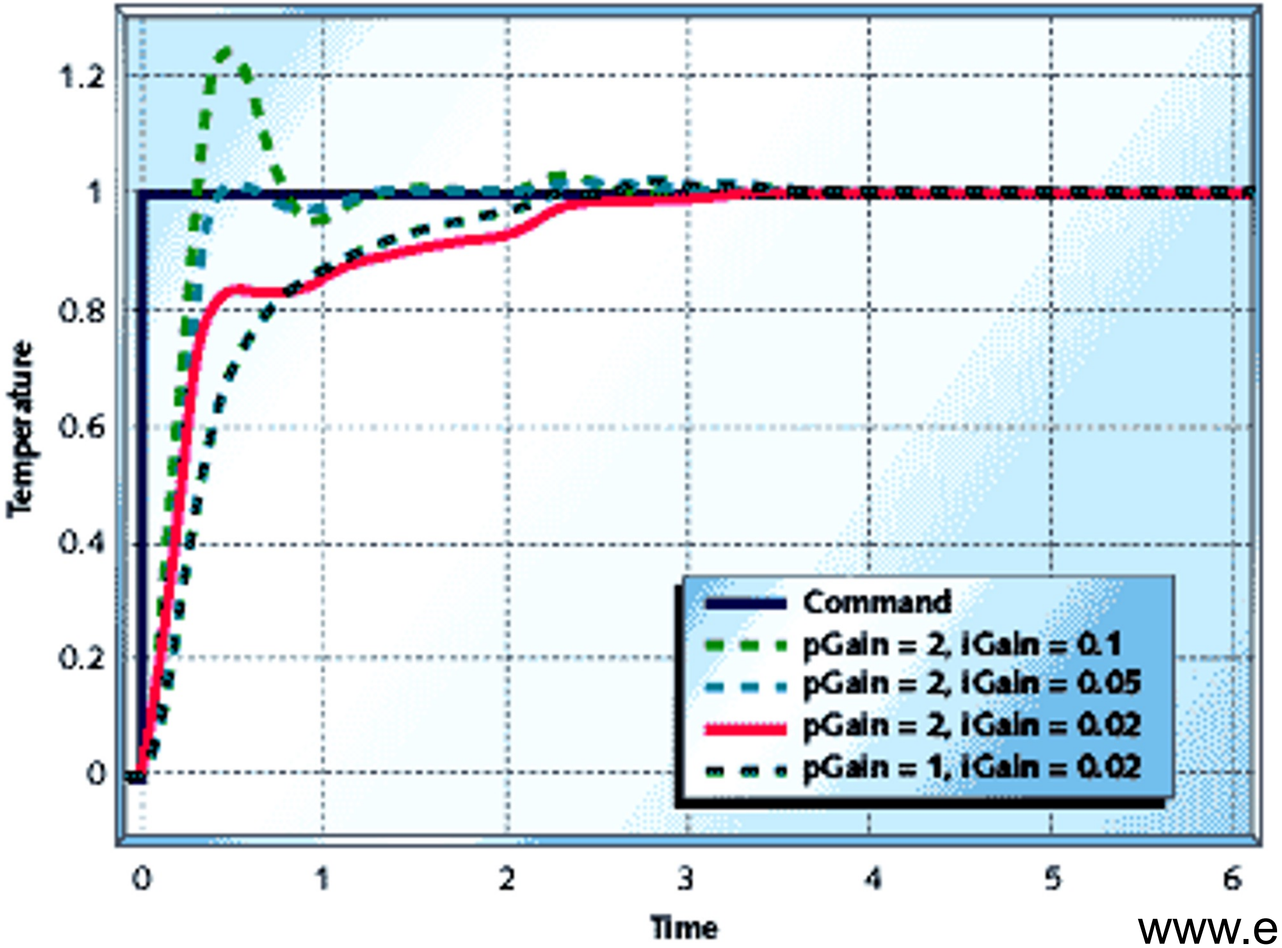


$$E(s) = R(s) - Y(s) \qquad U(s) = K_P E(s) + K_I \frac{E(s)}{s} \qquad Y(s) = G(s)U(s)$$

$$H(s) = \frac{(K_P + \frac{K_I}{s}) \cdot G(s)}{1 + (K_P + \frac{K_I}{s}) \cdot G(s)}$$

Exemplu

- Pentru regulatorul de temperatură:



www.embedded.com

Acurateţe

Ecuaţia caracteristică: $$1+\left(K_P+\frac{K_I}{s}\right)\cdot G(s)=0$$

$$e_{ss}=\lim_{k->\infty} e(k)=\lim_{s->0}\frac{1}{1+\left(K_P+\frac{K_I}{s}\right)G(s)}$$

- Eroarea steady-state este zero cât timp sistemul este stabil.

Implementare Regulator PI


```
double iTerm;
// calculează  termenii PI
// între două limite
pid->iState  +=  error;
if (pid->iState  >  pid->iMax)
    pid->iState  =  pid->iMax;
else if (pid->iState  <  pid-> iMin)
    pid->iState  =  pid->iMin;
iTerm  =  pid->iGain * iState; // calculează factorul integral
```

Concluzii PI

- Controlul Integral pur are un timp de răspuns lent și poate produce oscilația sistemului

- Controlul PI are un timp de răspuns mai mic decât I pur.

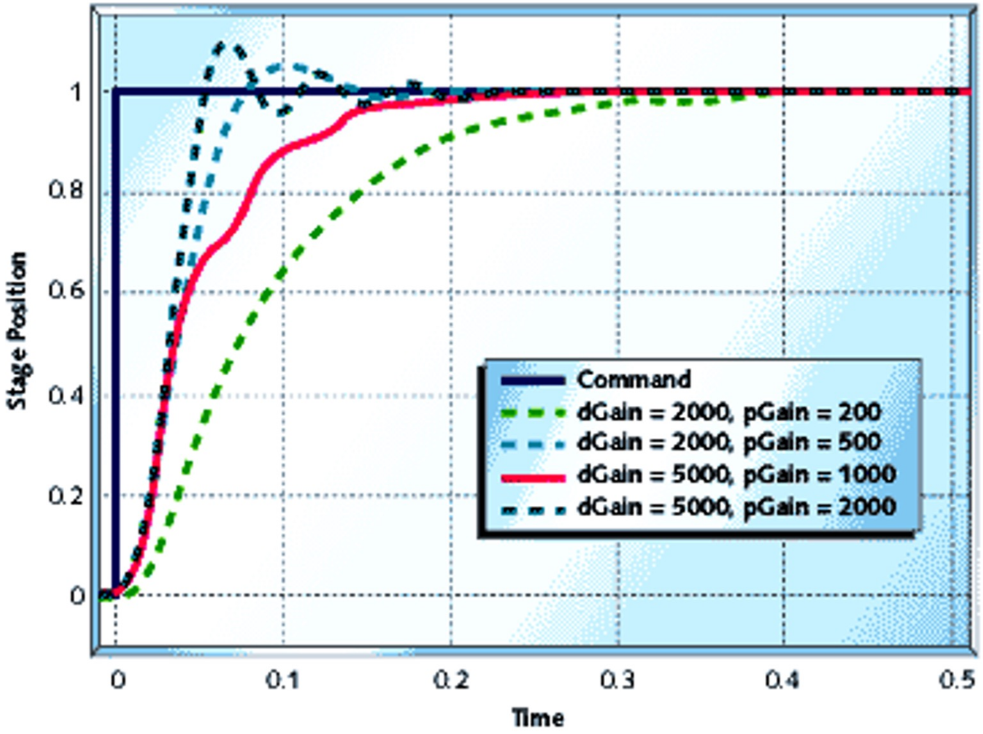
- Când e stabil, PI ajunge întotdeauna la valoarea de referință (e_{ss} = 0)

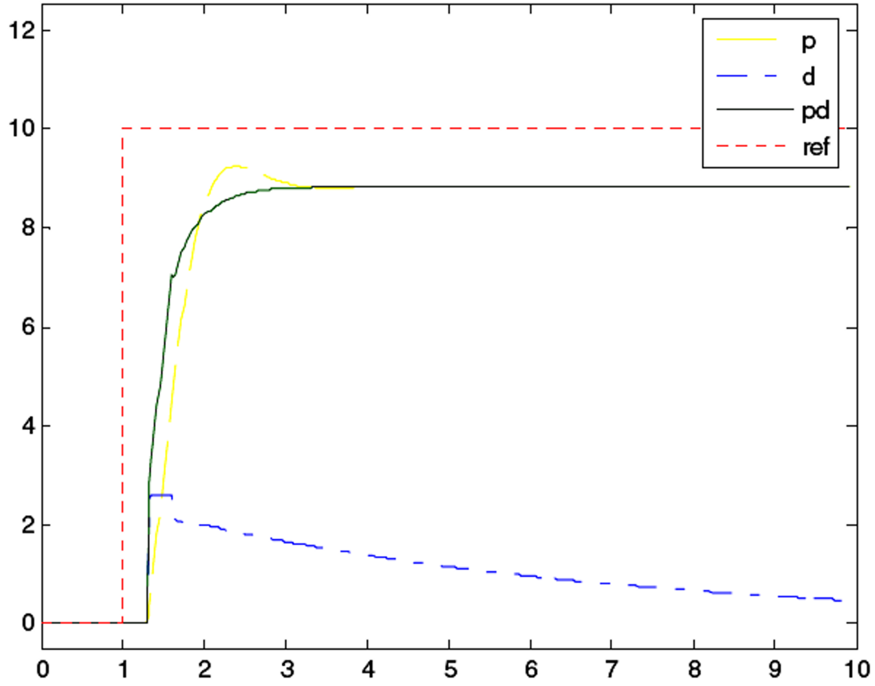
Control Diferențial

- Controlul P tratează comportamentul prezent al sistemului
- Controlul I tratează comportamentul trecut al sistemului
- Dacă nu stim cum o să se comporte sistemul, nu avem cum sa-l stabilizăm.

  Anticiparea comportamentului -> stabilitate marită
- Controlul D monitorizează viteza de schimbare a erorii sistemului

Control PD

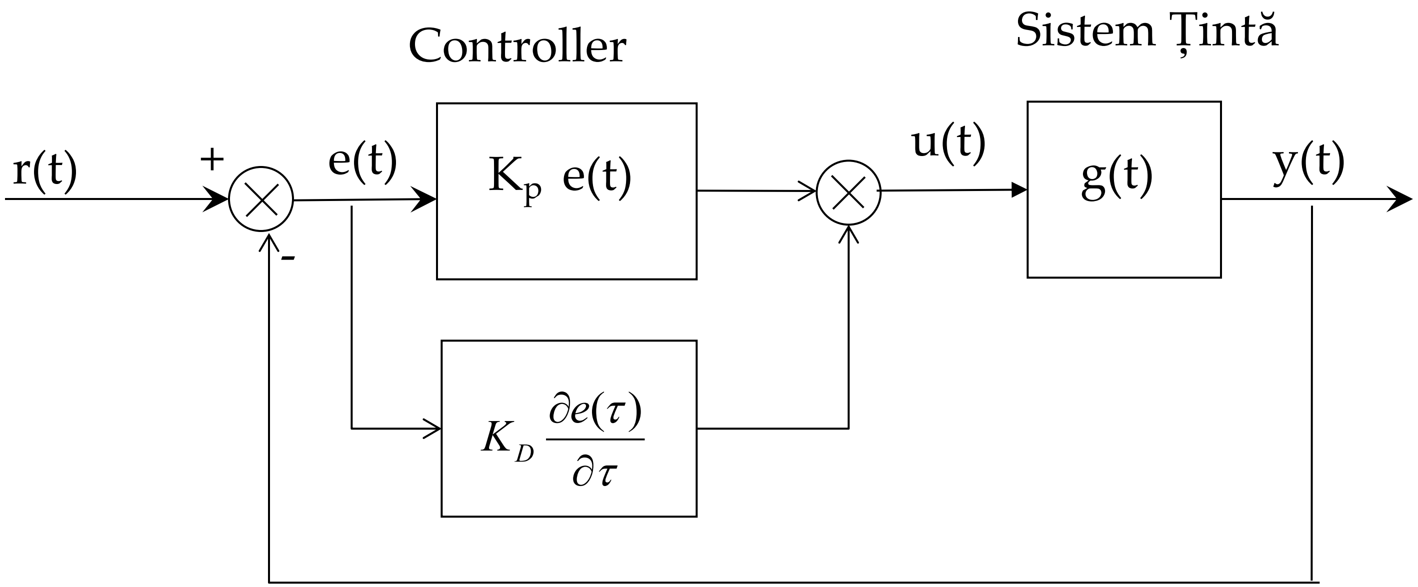




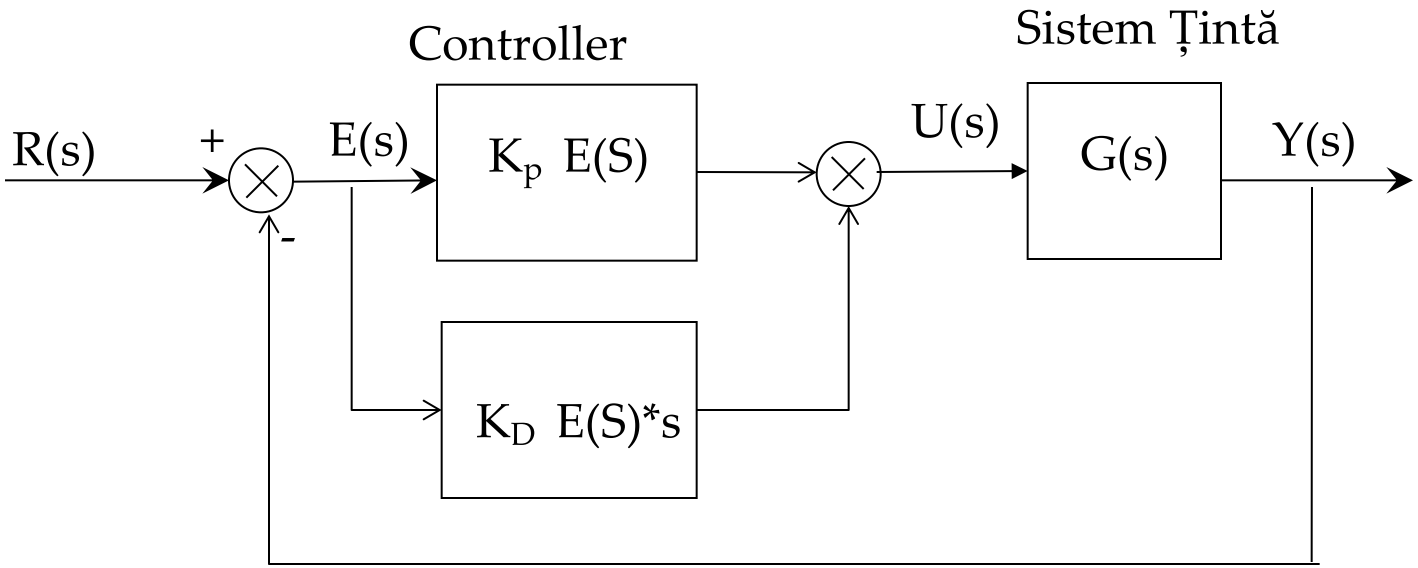
- Controlul diferențial este cel mai puternic dar și cel mai problematic. Sistemul devine instabil la zgomot și la neregularități de eșantionare.

Regulator Proporțional-Diferențial

- Ieșirea regulatorului este direct proporțională cu rata de creștere a erorii.



Funcția de transfer PD



$$E(s) = R(s) - Y(s) \qquad U(s) = K_P \cdot E(s) + K_D \cdot sE(s) \qquad Y(s) = G(s)U(s)$$

$$H(s) = \frac{(K_P + sK_D) \cdot G(s)}{1 + (K_P + sK_D) \cdot G(s)}$$

Acuratețe

Ecuația caracteristică: $1+\left(K_P+sK_D\right)\cdot G(s)=0$

$$e_{ss}=\lim_{k->\infty} e(k)=\lim_{s->0}\frac{1}{1+\left(K_P+sK_D\right)G(s)}$$

- Pentru e_{ss}, PD se aseamănă cu controlul P. Sitemul poate avea probleme în atingerea valorii de referință.

Implementare Regulator PD


```
double dTerm;

dTerm = pid->dGain * (position - pid->dState);

pid->dState = position;
```

Concluzii PD

- Controlul PD are un timp de răspuns foarte mic
- Anticipează comportamentul viitor al sistemului folosindu-se de variația erorii măsurate
- Este foarte util într-un sistem de control fin al mișcării/poziției datorită vitezei crescute de răspuns
- Sensibilitate crescută la zgomote și perturbații datorată factorului de amplificare mare.
- Controlul PD pot fi folosit pentru micșorarea depășirii superioare (overshoot) în locul sistemelor cu control P.

Controlul PID

Embedded Systems Laboratory

- Folosește toate cele trei tipuri de control studiate anterior
- Este cel mai utilizat tip de control în industrie, datorită stabilității lui.
- Performanțe crescute din punctul de vedere al timpului de răspuns, stabilității și erorii de aproximare.

Regulatorul PID

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau)d\tau + k_D \frac{de(t)}{dt}$$

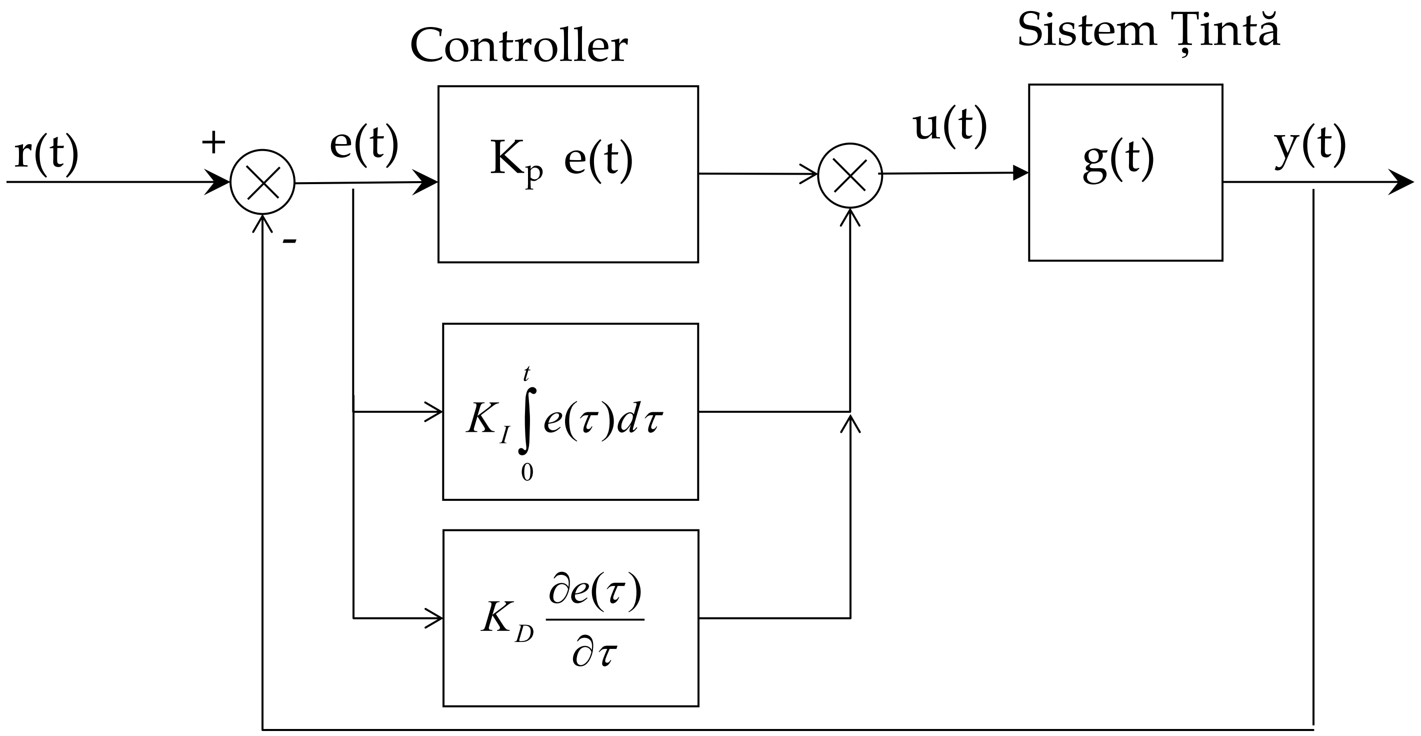
- P: Contribuie la stabilitatea sistemului, timp de răspuns mediu spre lent
- I: Tracking și rejecția perturbațiilor, timp de răspuns lent. Poate cauza oscilații
- D: Timp rapid de răspuns. Sensibil la zgomot.
- PID: Cel mai folosit tip de controller low-level.

– Notă: stabilitatea nu este garantată.

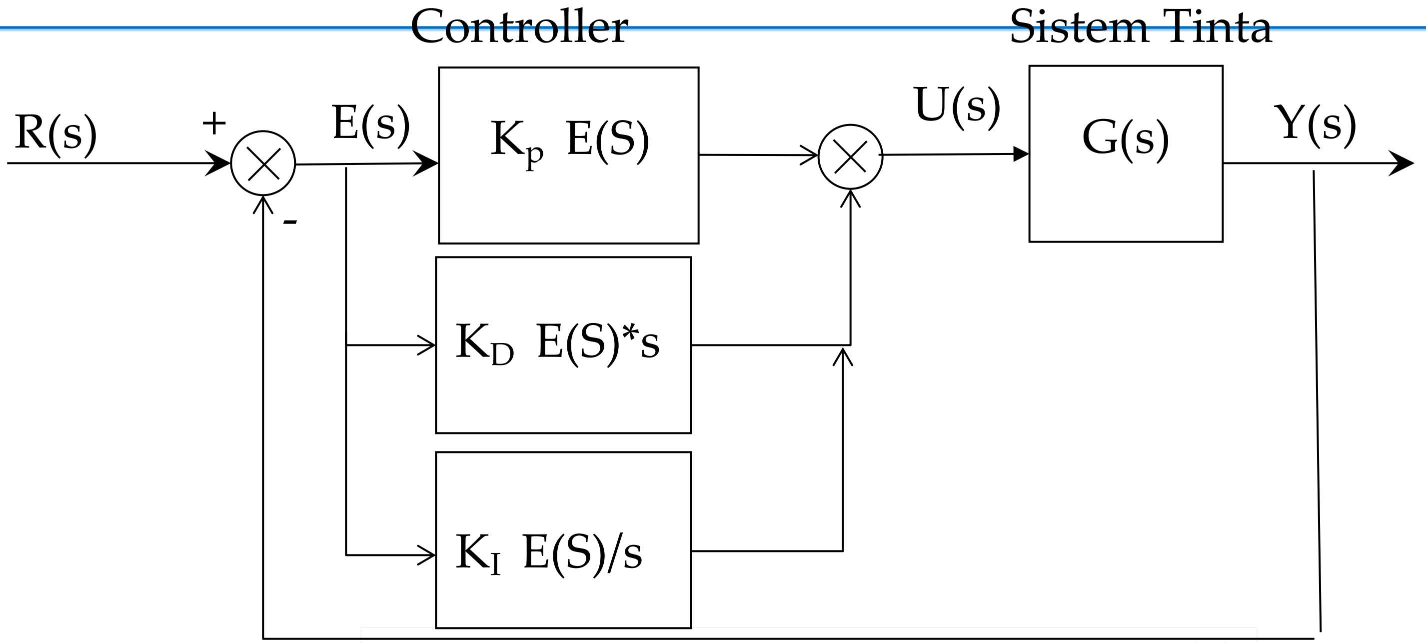
- Mecanismul de feedback are o abilitate remarcabilă de a tolera incertitudinea indusă de modelul fizic adoptat!

Controlul PID

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{\partial e(\tau)}{\partial \tau} + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$



Funcția de transfer PID



$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

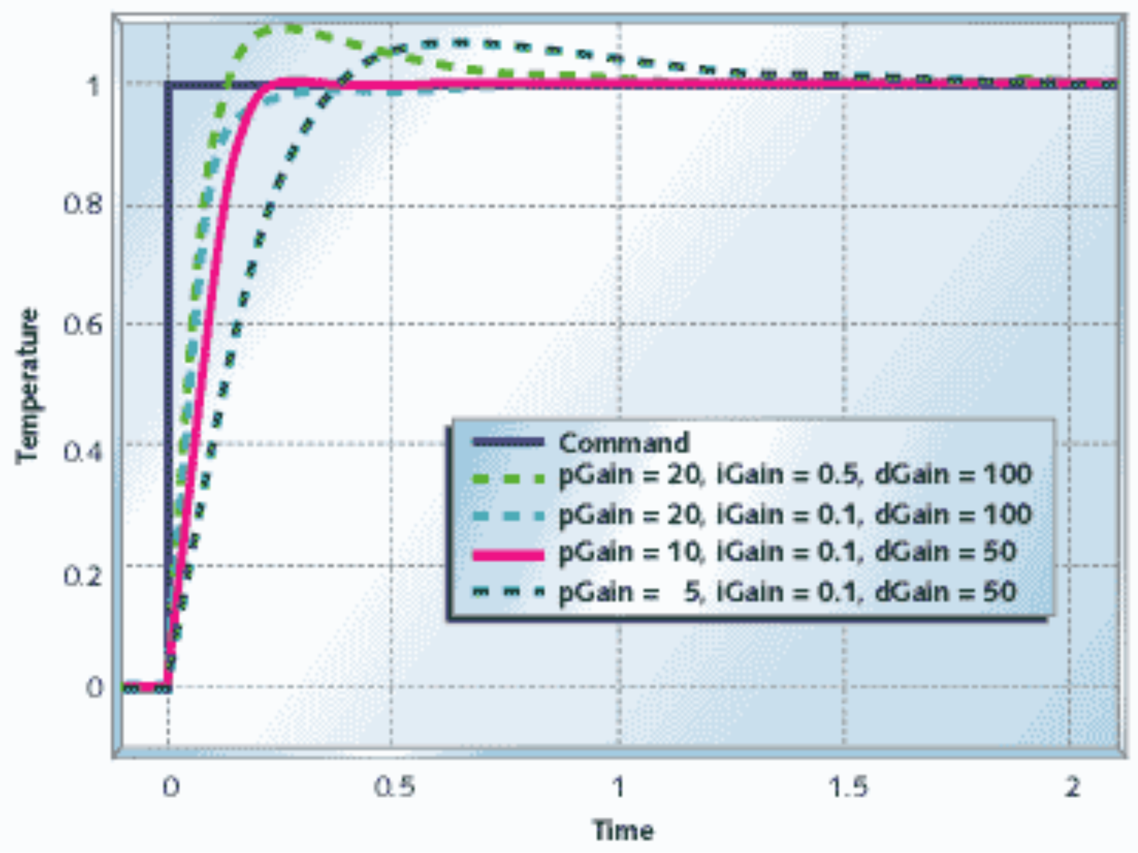
$$U(s) = K_P \cdot E(s) + K_D \cdot sE(s) + K_I \frac{E(s)}{s}$$

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

$$\boxed{H(s) = \frac{(K_P + sK_D + \frac{K_I}{s}) \cdot G(s)}{1 + \left(K_P + sK_D + \frac{K_I}{s}\right) \cdot G(s)}}$$

Exemplu

- Pentru controllerul de temperatură:



www.embedded.com

Acuratețe

Ecuația caracteristică: $1+\left(K_P+sK_D+\frac{K_I}{s}\right)\cdot G(s)=0$

$$e_{ss}=\lim_{k->\infty} e(k)$$

$$e_{ss}=\lim_{s->0}\frac{1}{1+\left(K_P+sK_D+\frac{K_I}{s}\right)G(s)}$$

Estimarea coeficienților (Loop Tuning)

- Dacă parametrii controlului PID sunt aleși incorect, sistemul poate să devină instabil și să devieze de la răspunsul optim cu sau fără oscilație.
- Mai multe metode de estimare:
  - Estimare Manuală
  - Ziegler-Nichols
  - Software Tuning
  - Cohen Coon

Manual Tuning

- Obținerea matematică a K_P, K_I si K_D nu poate fi posibilă
  - Sistemul este prea complex pentru a fi modelat matematic
  - Costurile de modelare sunt prea mari
- Metoda ad hoc pentru obținerea unor valori rezonabile ale K_P, K_I, și K_D
  - Inițial K_P foarte mic, $K_I = K_D = 0$
  - Mărește K_P până când apar oscilații
    - Setează K_P la jumatate din valoarea obținută
  - Marește K_I până când răspunsul sistemului este egal cu valoarea dorită
    - K_I mare poate induce oscilații
  - Măreste K_D până când sistemul are un timp de răspuns suficient de mic pentru orice perturbații

Metoda Ziegler-Nichols

- Produce rezultate acceptabile, dar nu optime
- Algoritm:
  - Inițial K_P foarte mic, $K_I = K_D = 0$
  - Mărește K_P până când apar oscilații (K_C – câștigul critic)
    - Măsoară perioada oscilațiilor sistemului (T_C)
  - Determină coeficienții folosind următoarele relații:

	K_P	K_I	K_D
P	$0.5 \cdot K_c$	-	-
PI	$0.45 \cdot K_c$	$1.2K_p / T_c$	-
PID	$0.6 \cdot K_c$	$2K_p / T_c$	$K_pT_c / 8$

Implementare Software

- Buclă principală, ciclează la infinit
  - Măsoară variabila de ieșire a sistemului
    - De cele mai multe ori convertor AD
  - Măsoară valoarea de referință curentă
  - Apelează PidUpdate pentru a calcula comanda efectorului
  - Setează valoarea curentă pentru efector
    - Convertor DA

```
void main()
{
    double sensor_value, actuator_value, error_current;
    PID_DATA pid_data;
    PidInitialize(&pid_data);
    while (1) {
        sensor_value = SensorGetValue();
        reference_value = ReferenceGetValue();
        actuator_value =
         PidUpdate(&pid_data,sensor_value,reference_value);
        ActuatorSetValue(actuator_value);
    }
```

Implementare Software

- Pgain, Dgain, Igain sunt constante stabilite cu un algoritm de tuning
- sensor_value_previous
  - Pentru controlul Diferențial
- error_sum
  - Pentru controlul Integral

```
typedef struct PID_DATA {
    double Pgain, Dgain, Igain;
    double sensor_value_previous; // find the derivative
    double error_sum; // cumulative error
}
```

Calcularea coeficienților

Embedded Systems Laboratory

- $u_t = P*e_t + I*(e_0 + e_1 + \ldots + e_t) + D*(e_t - e_{t-1})$

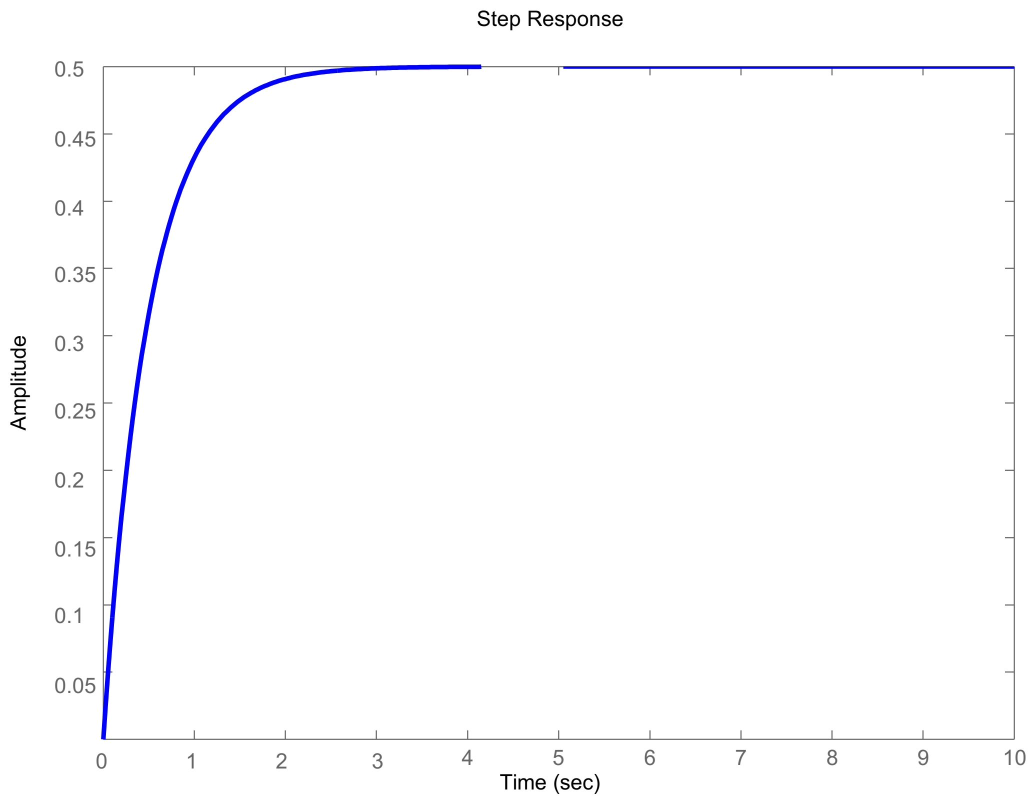
```
double PidUpdate(PID_DATA *pid_data, double sensor_value,
                 double reference_value)
{
    double Pterm, Iterm, Dterm;
    double error, difference;

    error = reference_value - sensor_value;
    Pterm = pid_data->Pgain * error; /* proportional term*/
    pid_data->error_sum += error; /* current + cumulative*/
    // the integral term
    Iterm = pid_data->Igain * pid_data->error_sum;
    difference = pid_data->sensor_value_previous -
                 sensor_value;
    // update for next iteration
    pid_data->sensor_value_previous = sensor_value;
    // the derivative term
    Dterm = pid_data->Dgain * difference;
    return (Pterm + Iterm + Dterm);
}
```

Cruise-Controller (Again)

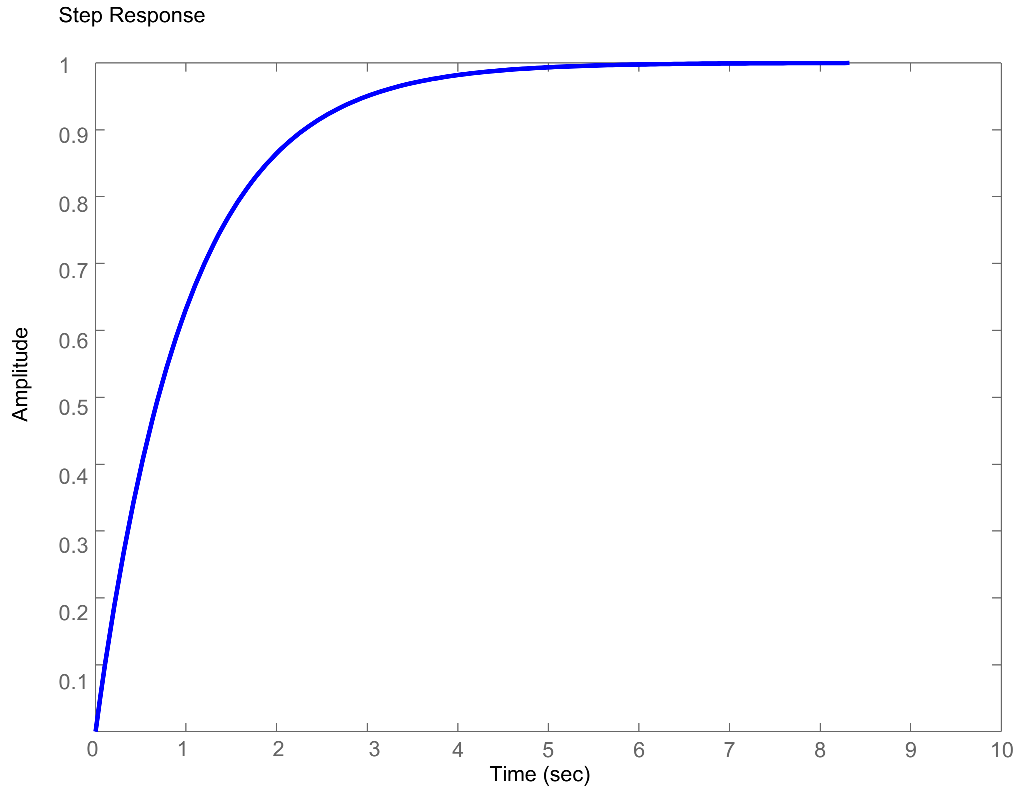
$$\dot{x} = \frac{c}{m}u - \gamma x \qquad c = 1, m = 1, \gamma = 0.1, r = 1$$

Cruise-Controller (Again)



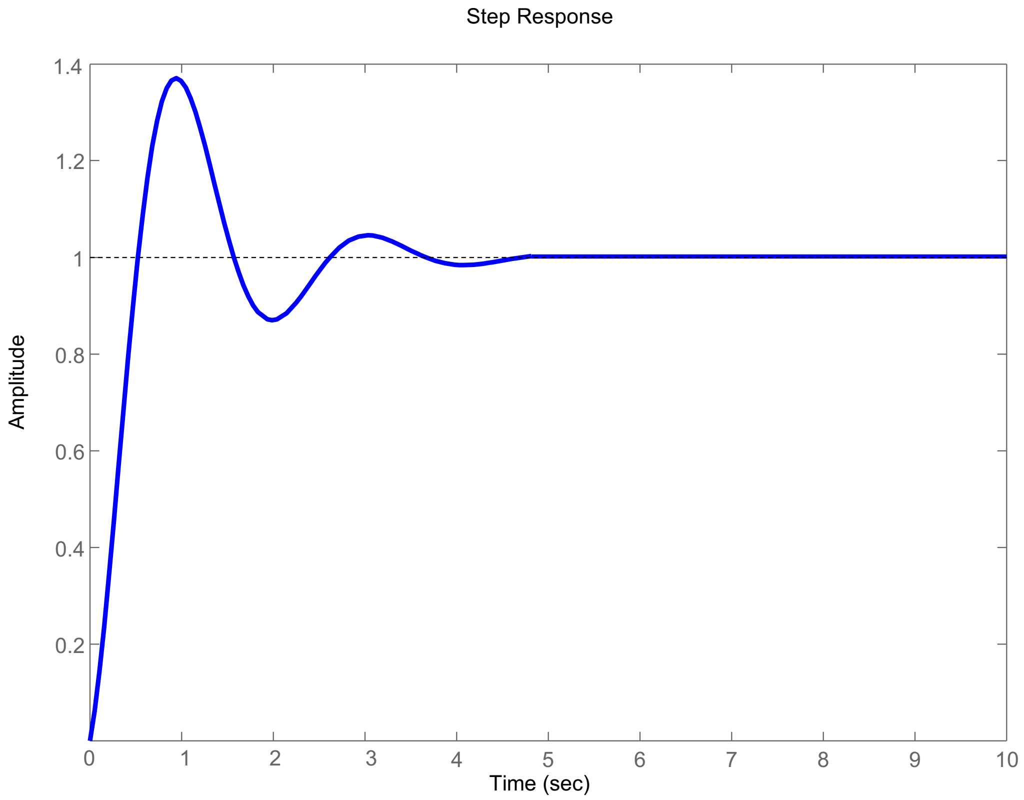
$k_P = 1, \qquad k_I = 0, \qquad k_D = 0$

Cruise-Controller (Again)



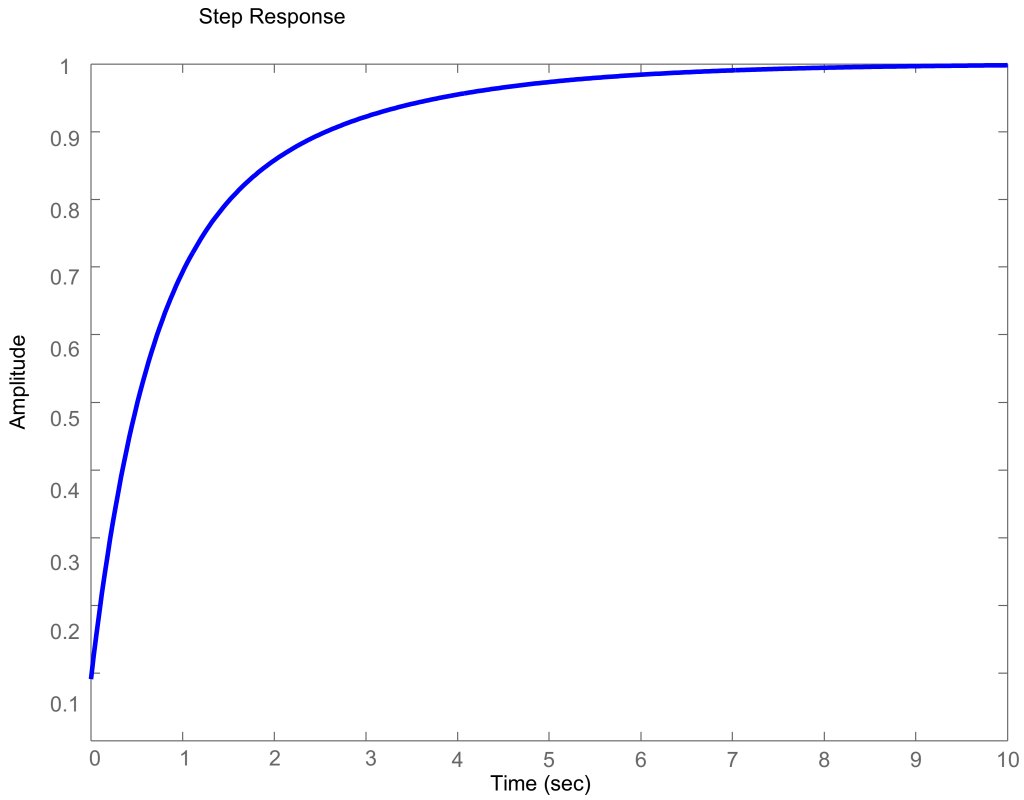
$k_P = 1, \quad k_I = 1, \quad k_D = 0$

Cruise-Controller (Again)



$k_P = 1, \quad k_I = 10, \quad k_D = 0$

Cruise-Controller (Again)



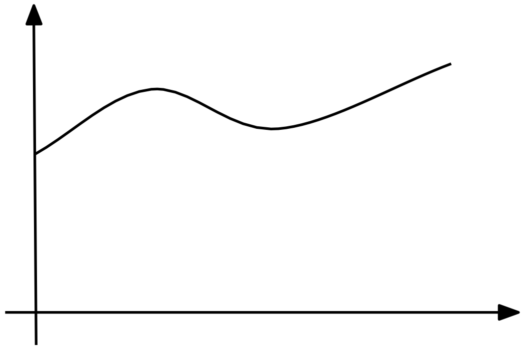
$k_P = 1, \quad k_I = 1, \quad k_D = 0.1$

Implementare

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau)d\tau + k_D \frac{de(t)}{dt}$$

- Cum să transformăm o integrală în ceva implementabil în cod?

Δt (sample time) $\qquad \dot{e} \approx \dfrac{e_{new} - e_{old}}{\Delta t}$

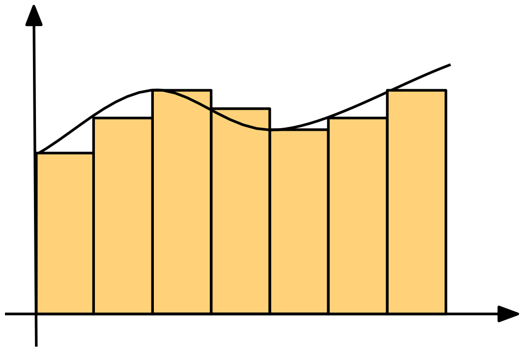


Implementare

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau)d\tau + k_D \frac{de(t)}{dt}$$

- Cum să transformăm o integrală în ceva implementabil în cod?

Δt (sample time) $\quad \dot{e} \approx \frac{e_{new} - e_{old}}{\Delta t}$

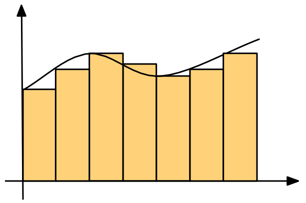


Implementare

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau)d\tau + k_D \frac{de(t)}{dt}$$

- Cum să transformăm o integrală în ceva implementabil în cod?

Δt (sample time) $\quad \dot{e} \approx \dfrac{e_{new} - e_{old}}{\Delta t}$



$$\int_0^t e(\tau)d\tau \approx \;{}^{N}_{k=0}$$

$N+1$

$$\Delta t E_{new} = \Delta t$$

$$E_{new} = E_{old} + e$$

Implementare

Embedded Systems Laboratory

- De fiecare dată când este apelat regulatorul

```
read e; e_dot=e-old_e; E=E+e;
u=kP*e+kD*e_dot+kI*E; old_e=e;
```

Notă: Coeficienții includ acum și timpul de eșantionare și trebuie scalați în consecință

Exemplu: Regulator de altitudine pentru un quadcopter

$$\ddot{x} = cu - g \qquad u = k_P e + k_I \int e\, dt + k_D \dot{e}$$

Deficiențe în controlul numeric

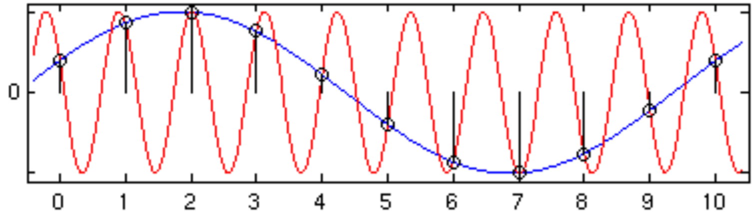
Embedded Systems Laboratory

- Erori de reprezentare
  - Nu toate valorile numerice pot fi reprezentate intern datorită limitărilor de memorie
- Overflow
  - Depășirea superioară sau inferioară a domeniului de reprezentare
- Aliasing
- Viteza de procesare

Aliasing

- Două sau mai multe semnale periodice devin indistinctibile atunci când sunt eșantionate la o anumită frecvență.

- Exemplu:
- Eșantionate la 2.5 Hz, următoarele semnale nu pot fi diferențiate
  - $y(t)=1.0*\sin(6\pi t)$, f = 3 Hz
  - $y(t)=1.0*\sin(\pi t)$, f = 0.5 Hz
- Conform teoremei Nyquist, frecvența minimă de eșantionare pentru primul semnal: 3*2 = 6 Hz



Viteza de procesare

- Produce întârzieri inevitabile
  - Acțiunea calculată se petrece mai târziu
- Întârzierile trebuiesc prevăzute și estimate în implementarea oricărui sistem de control.
- Întârzierile hardware sunt de obicei ușor de calculat
  - Structura sincronă a procesoarelor ajută
- Întârzierile software sunt mai greu de prevăzut
  - Codul trebuie organizat a.i. întârzierile să fie minime
  - Software cu întârzieri predictibile
    - Rutine declanșate la intervale regulate de timp
    - Limbaj de programare sincron (Esterel, ChucK)

Beneficiile controlului numeric

- Cost redus
  - Un control analogic este foarte scump mai ales dacă este proiectat să fie imun la perturbații
    - Uzură, temperatură, erori de fabricație
  - Controlul numeric înlocuiește circuitele analogice complexe cu programe complexe
- Programabilitate
  - Controlul poate fi “upgradat”
    - Schimbări la tipul controlului, câștig, sunt ușor de făcut
  - Se adaptează la schimbarile sistemului
    - Datorate îmbătrânirii, temperaturii etc.
  - “future-proof”
    - Ușor de adaptat la un alt standard