

Paradigme de Programare

Conf. dr. ing. Andrei Olaru

andrei.olaru@upb.ro

Departamentul de Calculatoare

2025

Cursul 3: Anexă: Recapitulare Calcul λ

- 1 Introducere
- 2 Legarea variabilelor
- 3 Evaluare
- 4 Construcția programelor prin recursivitate
- 5 Discuție despre tipare
- 1 Recapitulare Calcul λ

Recapitulare Calcul λ

• O λ -expresie poate fi:

- x
- $\lambda x.E$ E λ -expresie
- $(F A)$ F, A λ -expresii

Exemple:

- $\lambda x.x$
- $\lambda x.\lambda y.(x y)$
- $(\lambda x.x \lambda x.x)$

- Sursa pentru β -reducere și pasul de reducere.
- Este o funcție care se poate aplica.

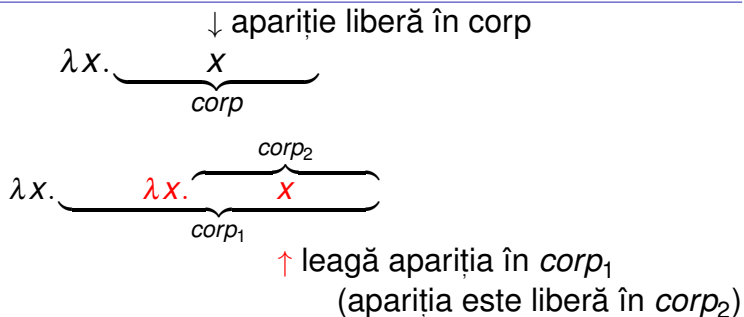
$$(\lambda x. \underbrace{\quad}_{corp} \underbrace{\quad}_{parametru\ actual})$$

- x : numele parametrului formal.

· substituție textuală

$$(\lambda x. \underbrace{\quad}_{corp} \underbrace{\quad}_{parametru\ actual}) \rightarrow_{\beta} \underbrace{\quad}_{corp} [parametru\ actual/x]$$

aparitiile libere ale lui x din $corp$ sunt
substituite textual cu parametrul actual



- O apariție x este legată de cea mai interioară definiție λx , care conține apariția în corpul său. Dacă λx care îl leagă este inclus în expresia E , apariția este legată în E , altfel este liberă în E .
- x are o apariție liberă în $E \Rightarrow x$ variabilă liberă în E (altfel legată).
- $\nexists$ variabile libere în $E \Rightarrow E$ închisă.

Condiții β -reducere pentru $(\lambda x.E \ A)$

 λ

Când este corect să efectuăm substituția?

Putem aplica β -reducerea dacă:

- Variabilele **libere** din A nu devin **legate** în $E_{[A/x]}$
- Mai precis, numele variabilelor libere din A nu sunt nume de variabile care sunt legate în contextele din E în care apare x .
- Exemplu: $(\lambda x.\lambda y.(y \ x) \ \lambda z.y) \rightarrow$ incorect să efectuăm β -reducere – există puncte în corpul lui λx în care y este legată, dar y este variabilă liberă în parametrul actual.

α -conversie în $(\lambda x.E \ A)$

Cum rezolvăm problema anterioară?

λ

- când? $\rightarrow$ când variabilele din A devin legate în $E_{[A/x]}$
- ce redenumim? $\rightarrow$ parametri formali ai tuturor funcțiilor din E care conțin apariții libere ale lui x în corp și au ca parametru formal numele unei variabile libere din A (redenumirea parametrilor formali implică folosirea noului nume în toate aparițiile libere ale parametrilor formali în corpurile funcțiilor respective).
- la ce redenumim? $\rightarrow$ la un nume care nu este nume de variabilă liberă în A sau în propriul corp, și care nu devine legat în corp.

$[\alpha\text{-conversie}] + \beta\text{-reducere fără coliziuni}$

- 1 avem β -redex
- 2 dacă este cazul, efectuăm α -conversie
- 3 efectuăm β -reducere

Secvență de reducere

Cum facem o reducere completă?

λ

Secvență de reducere = $\rightarrow^*$

- Dacă expresia este reductibilă (are o secvență de reducere care se termină), reducerea în ordine **stânga-dreapta** se va termina cu valoarea expresiei.