Paradigme de Programare

Conf. dr. ing. Andrei Olaru

andrei.olaru@cs.pub.ro | cs@andreiolaru.ro
Departamentul de Calculatoare

2020

Cursul 5

Evaluare lenesă în Racket

Cursul 5: Evaluare lenesă în Racket

Întârzierea evaluării

Motivație
De ce? → Luăm un exemplu

Exemplu

Să se implementeze funcția nestrictă *prod*, astfel încât al doilea parametru să fie evaluat doar dacă primul este *true*:

- $prod(F, y) = 0$
- $prod(T, y) = y(y + 1)$

Dar, evaluarea parametrului y al funcției să se facă numai o singură dată.

· Problema de rezolvat: evaluarea la cerere.

Varianta 1
Încercare → implementare directă

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* y (+ y 1)) 0)))
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x (and (display "y ") y)))))
9  (test #f)
10 (test #t)
```

Output:

Varianta 1

Încercare → implementare directă

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* y (+ y 1)) 0)))
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x (and (display "y ") y)))))
9  (test #f)
10 (test #t)
```

Output: `y 0 | y 30`

- Implementarea nu respectă specificația, deoarece ambii parametri sunt evaluați în momentul aplicării

Varianta 2

Încercare → `quote` & `eval`

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* (eval y) (+ (eval y) 1)) 0)))
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x (quote (and (display "y ") y))))))
9  (test #f)
10 (test #t)
```

Output:

Varianta 2

Încercare → `quote` & `eval`

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* (eval y) (+ (eval y) 1)) 0)))
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x (quote (and (display "y ") y))))))
9  (test #f)
10 (test #t)
```

Output: `0 | y undefined`

- `x = #f` → comportament corect: `y` neevaluat
- `x = #t` → eroare: `quote` nu salvează contextul

Contexte computaționale
Definiție

+ | Context computațional Contextul computațional al unui punct P, dintr-un program, la momentul t, este mulțimea variabilelor ale căror domenii de vizibilitate îl conțin pe P, la momentul t.

- Legare statică $\rightarrow$ mulțimea variabilelor care îl conțin pe P în domeniul lexical de vizibilitate
- Legare dinamică $\rightarrow$ mulțimea variabilelor definite cel mai recent, la momentul t, și referite din P

Contexte computaționale
Exemplu

Ex | Exemplu Ce variabile locale conține contextul computațional al punctului *P*?

```
1 (lambda (x y)
2   (lambda (z)
3     (let ((x (car y)))
4       ; ..P..)))
```

Contexte computaționale
Exemplu

Ex | Exemplu Ce variabile locale conține contextul computațional al punctului *P*?

```
1 (lambda (x y)
2   (lambda (z)
3     (let ((x (car y)))
4       ; ..P..)))
```

Închideri funcționale
Definiție

+ | Închidere funcțională: funcție care își salvează contextul, pe care îl va folosi, în momentul aplicării, pentru evaluarea corpului.

· Notație: închiderea funcției f în contextul $C \rightarrow < f;\ C >$

Ex | Exemplu

$< \lambda x.z;\ \{z \leftarrow 2\} >$

Varianta 3

Încercare → închideri funcționale

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* (y) (+ (y) 1)) 0))) ; (y)
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x
9              (lambda () (and (display "y ") y))))))
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output:

Varianta 3

Încercare → închideri funcționale

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* (y) (+ (y) 1)) 0))) ; (y)
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x
9              (lambda () (and (display "y ") y))))))
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output: `0 | y y 30`

- Comportament corect: `y` evaluat la cerere (deci leneș)
- `x = #t` → `y` evaluat de 2 ori → ineficient

Varianta 4

Promisiuni: `delay` & `force`

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* (force y) (+ (force y) 1)) 0)))
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x
9              (delay (and (display "y ") y))))))
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output:

Varianta 4

Promisiuni: `delay` & `force`

```
1  (define prod
2    (lambda (x y)
3      (if x (* (force y) (+ (force y) 1)) 0)))
4
5  (define test
6    (lambda (x)
7      (let ((y 5))
8        (prod x
9              (delay (and (display "y␣") y))))))
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output: `0 | y 30`

- Rezultat corect: `y` evaluat la cerere, o singură dată
  → evaluare lenesă *eficientă*

Promisiuni
Descriere

- Rezultatul încă neevaluat al unei expresii
- Valori de prim rang în limbaj
- `delay`
  - construiește o promisiune;
  - funcție nestrictă.
- `force`
  - forțează respectarea unei promisiuni, evaluând expresia doar la prima aplicare, și salvându-i valoarea;
  - începând cu a doua invocare, întoarce, direct, valoarea memorată.

Promisiuni
Proprietăți

- Salvarea contextului computațional al expresiei a cărei evaluare este întârziată și evaluarea ei ulterioară în acel context $\rightarrow$ asemănător cu închiderile funcționale.
- Salvarea rezultatului primei evaluări a expresiei.
- Distingerea primei forțări de celelalte $\rightarrow$

Promisiuni
Proprietăți

- Salvarea contextului computațional al expresiei a cărei evaluare este întârziată și evaluarea ei ulterioară în acel context $\rightarrow$ asemănător cu închiderile funcționale.
- Salvarea rezultatului primei evaluări a expresiei.
- Distingerea primei forțări de celelalte $\rightarrow$ efect lateral, dar acceptabil din moment ce legările se fac static – nu pot exista valori care se schimbă *între timp*.

Evaluare întârziată

Abstractizare a implementării cu promisiuni

Ex Continuare a exemplului cu funcția `prod`

```
1  (define-syntax-rule (pack expr) (delay expr))
2
3  (define unpack force)
4
5  (define prod (lambda (x y)
6      (if x (* (unpack y) (+ (unpack y) 1)) 0)))
7  (define test (lambda (x)
8      (let ((y 5))
9        (prod x (pack (and (display "y ") y))) )))
```

- utilizarea nu depinde de implementare (am definit funcțiile `pack` și `unpack` care abstractizează implementarea concretă a evaluării întârziate.

Evaluare întârziată

Abstractizare a implementării cu închideri

Ex Continuare a exemplului cu funcția `prod`

```
1  (define-syntax-rule (pack expr) (lambda () expr) )
2
3  (define unpack (lambda (p) (p)))
4
5  (define prod (lambda (x y)
6      (if x (* (unpack y) (+ (unpack y) 1)) 0)))
7  (define test (lambda (x)
8      (let ((y 5))
9        (prod x (pack (and (display "y ") y))) )))
```

- utilizarea nu depinde de implementare (același cod ca și anterior, altă implementare a funcționalității de evaluare întârziată, acum mai puțin eficientă).

Fluxuri

Motivație
Luăm un exemplu

Ex Determinați suma numerelor pare[1] din intervalul $[a, b]$.

```
1  (define even-sum-iter ; varianta 1
2    (lambda (a b)
3      (let iter ((n a)
4                 (sum 0))
5        (cond ((> n b) sum)
6              ((even? n) (iter (+ n 1) (+ sum n)))
7              (else (iter (+ n 1) sum))))))
8
9
10 (define even-sum-lists ; varianta 2
11   (lambda (a b)
12     (foldl + 0 (filter even? (interval a b)))))
```

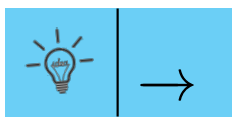
[1] stă pentru o verificare potențial mai complexă, e.g. numere prime

Motivație
Observații

- Varianta 1 – iterativă (d.p.d.v. proces):
  - eficientă, datorită spațiului suplimentar constant;
  - ne-elegantă $\rightarrow$ trebuie să implementăm generarea numerelor.
- Varianta 2 – folosește liste:
  - ineficientă, datorită spațiului posibil mare, ocupat la un moment dat – toate numerele din intervalul $[a, b]$.
  - elegantă și concisă;
- Cum îmbinăm avantajele celor 2 abordări? Putem stoca procesul fără a stoca rezultatul procesului?

Motivație
Observații

- Varianta 1 – iterativă (d.p.d.v. proces):
  - eficientă, datorită spațiului suplimentar constant;
  - ne-elegantă $\rightarrow$ trebuie să implementăm generarea numerelor.
- Varianta 2 – folosește liste:
  - ineficientă, datorită spațiului posibil mare, ocupat la un moment dat – toate numerele din intervalul $[a, b]$.
  - elegantă și concisă;
- Cum îmbinăm avantajele celor 2 abordări? Putem stoca procesul fără a stoca rezultatul procesului?



Fluxuri

Fluxuri
Caracteristici

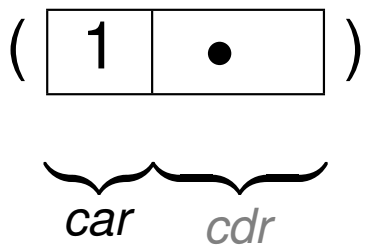
- Secvențe construite parțial, extinse la cerere, ce creează iluzia completitudinii structurii;
- Îmbinarea eleganței manipulării listelor cu eficiența calculului incremental;
- Bariera de abstractizare:
  - componentele listelor evaluate la construcție (`cons`)
  - componentele fluxurilor evaluate la selecție (`cdr`)
- Construcție și utilizare:
  - separate la nivel conceptual $\rightarrow$ modularitate;
  - întrepătrunse la nivel de proces (utilizarea necesită construcția concretă).

Fluxuri

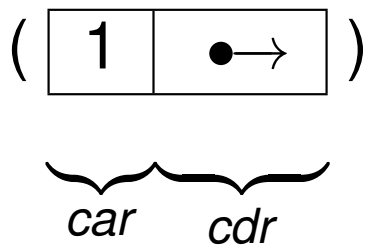
Intuitiv

- o listă este o pereche;
- explorarea listei se face prin operatorii `car` – primul element – și `cdr` – restul listei;
- am dori să generăm `cdr` algoritmic, dar la cerere.

- o listă este o pereche;
- explorarea listei se face prin operatorii `car` – primul element – și `cdr` – restul listei;
- am dori să generăm `cdr` algoritmic, dar la cerere.



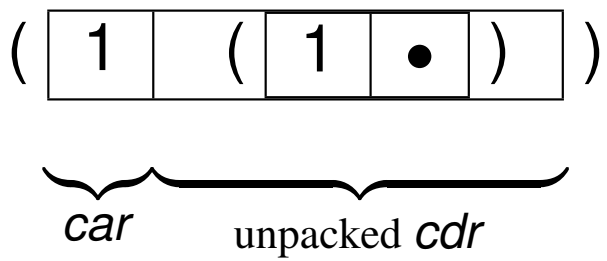
- o listă este o pereche;
- explorarea listei se face prin operatorii `car` – primul element – și `cdr` – restul listei;
- am dori să generăm `cdr` algoritmic, dar la cerere.



Fluxuri

Intuitiv

- o listă este o pereche;
- explorarea listei se face prin operatorii `car` – primul element – și `cdr` – restul listei;
- am dori să generăm `cdr` algoritmic, dar la cerere.



Fluxuri
Operatori: construcție și selecție

- `cons, car, cdr, nil, null?`

```
1  (define-macro stream-cons (lambda (head tail)
2    `(cons ,head (pack ,tail))))
3
4  (define stream-car car)
5
6  (define stream-cdr (lambda (s)
7    (unpack (cdr s)))))
8
9  (define stream-nil '())
10
11 (define stream-null? null?)
```

Fluxuri – Exemple
Implementarea unui flux de numere 1

- Definiție cu închideri:

```
(define ones (lambda ()(cons 1 (lambda ()(ones)))))
```

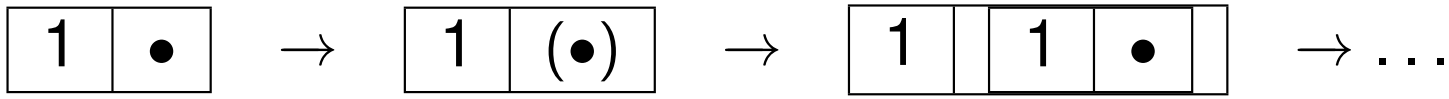
- Definiție cu fluxuri:

```
1 (define ones (stream-cons 1 ones))
2 (stream-take 5 ones) ; (1 1 1 1 1)
```

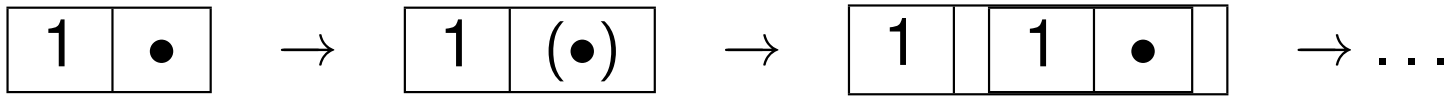
- Definiție cu promisiuni:

```
(define ones (delay (cons 1 ones)))
```

Fluxuri – Exemple
Flux de numere 1 – discuție

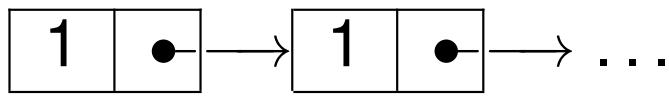


Fluxuri – Exemple
Flux de numere 1 – discuție

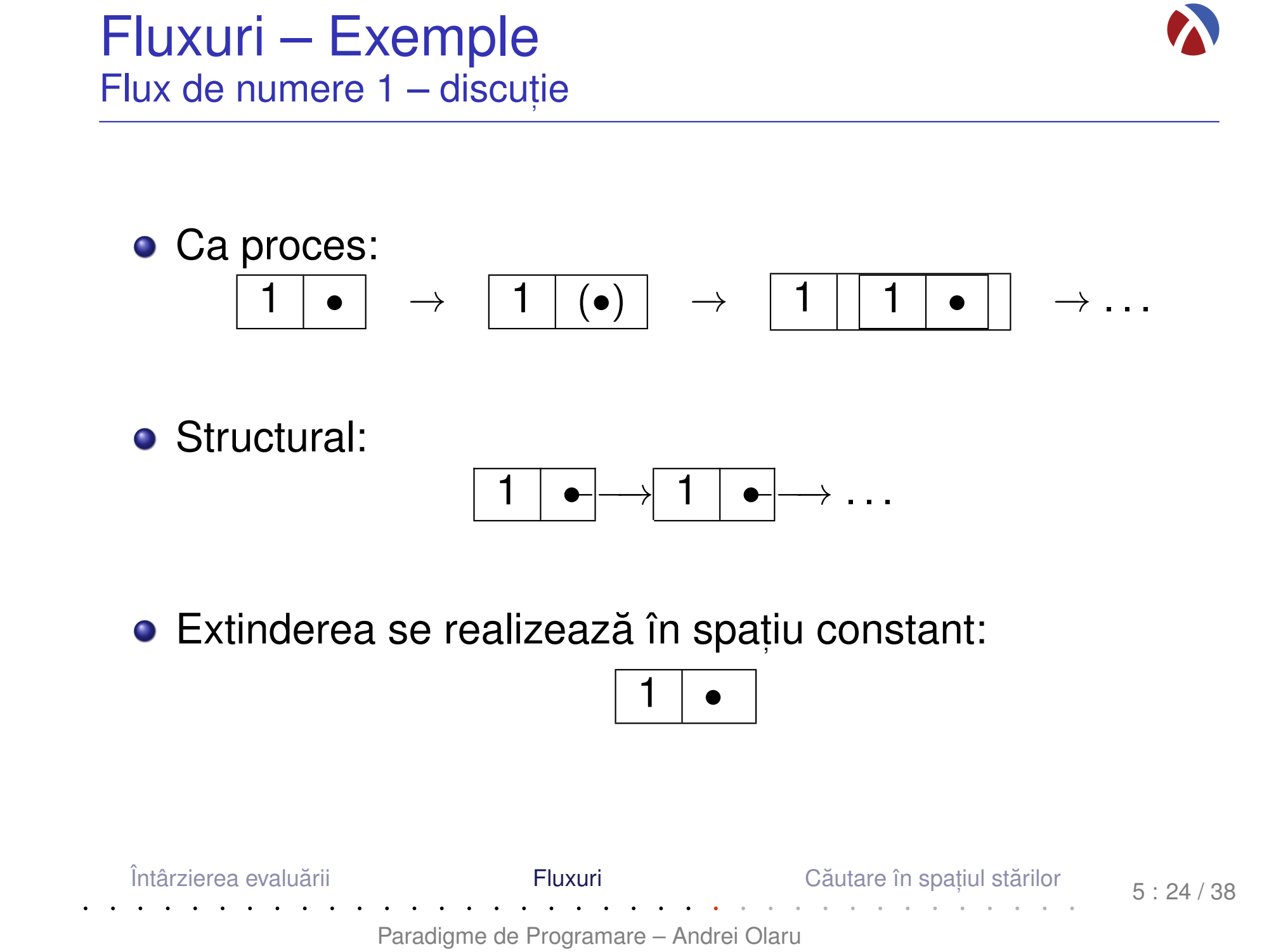


- Ca proces:

- Structural:



Fluxuri – Exemple
Flux de numere 1 – discuție



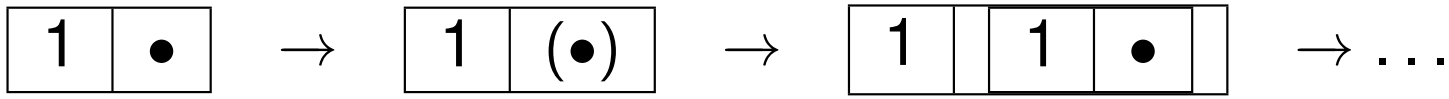
- Ca proces:

- Structural:

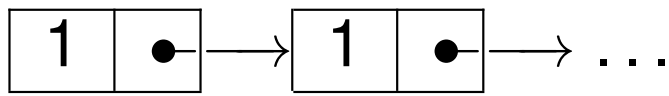
- Extinderea se realizează în spațiu constant:

Fluxuri – Exemple
Flux de numere 1 – discuție

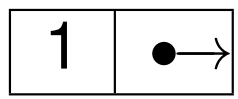
- Ca proces:



- Structural:



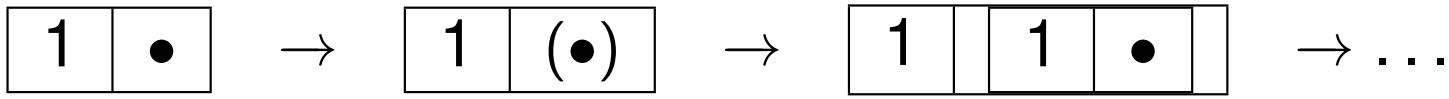
- Extinderea se realizează în spațiu constant:



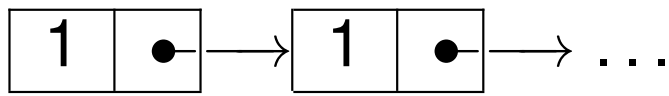
Fluxuri – Exemple

Flux de numere 1 – discuție

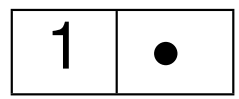
- Ca proces:



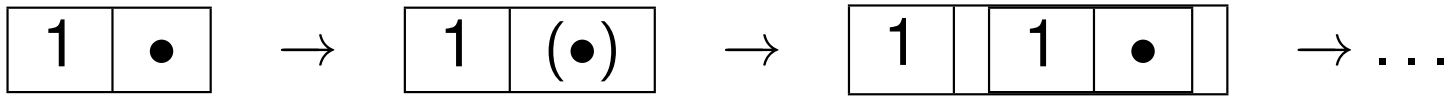
- Structural:



- Extinderea se realizează în spațiu constant:

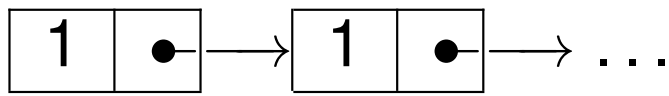


Fluxuri – Exemple
Flux de numere 1 – discuție

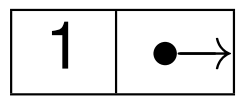


- Ca proces:

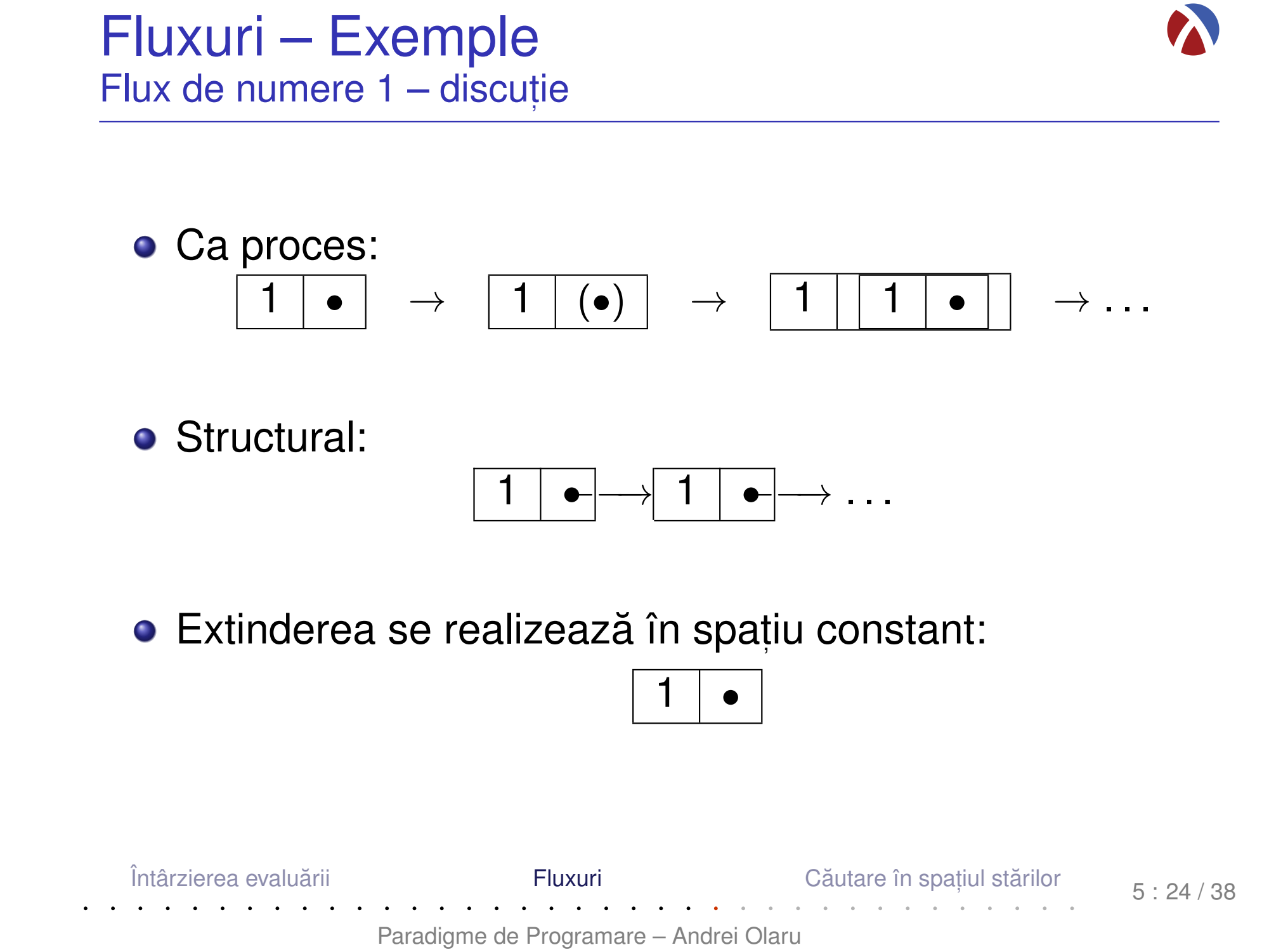
- Structural:



- Extinderea se realizează în spațiu constant:



Fluxuri – Exemple
Flux de numere 1 – discuție



- Ca proces:

- Structural:

- Extinderea se realizează în spațiu constant:

Fluxul numerelor naturale

Formulare explicită

```
1 (define naturals-from (lambda (n)
2     (stream-cons n (naturals-from (+ n 1)))))
3
4 (define naturals (naturals-from 0))
```

```
1 (define naturals
2   (stream-cons 0
3     (stream-zip-with + ones naturals)))
```

- Atenție:
  - Închideri: multiple parcurgeri ale fluxului determină reevaluarea porțiunilor deja explorate.
  - Promisiuni: parcurgerea fluxului determină evaluarea dincolo de porțiunile deja explorate.

Fluxul numerelor pare

În două variante

```
1  (define even-naturals
2    (stream-filter even? naturals))
3
4  (define even-naturals
5    (stream-zip-with + naturals naturals))
```

Fluxul numerelor prime
Metodă

- Ciurul lui Eratostene.
- Pornim de la fluxul numerelor naturale, începând cu 2.
- Elementul curent din fluxul inițial aparține fluxului numerelor prime.
- Restul fluxului generat se obține
  - eliminând multiplii elementului curent din fluxul inițial;
  - continuând procesul de filtrare, cu elementul următor.

Fluxul numerelor prime
Implementare

```
1  (define sieve (lambda (s)
2    (if (stream-null? s) s
3      (stream-cons (stream-car s)
4        (sieve (stream-filter
5          (lambda (n) (not (zero?
6            (remainder n (stream-car s)))))
7          (stream-cdr s)
8      )))
9  )))
10
11 (define primes (sieve (naturals-from 2)))
```

Căutare lenesă în spațiul stărilor

Spațiul stărilor unei probleme

+ | Spațiul stărilor unei probleme Mulțimea configurațiilor valide din universul problemei.

Ex | Exemplu

Fie problema Pal_n: *Să se determine palindroamele de lungime cel puțin n, ce se pot forma cu elementele unui alfabet fixat*.

Stările problemei $\rightarrow$ toate șirurile generabile cu elementele alfabetului respectiv.

Specificarea unei probleme
Aplicație pe Pal_n

- Starea inițială: șirul vid
- Operatorii de generare a stărilor succesor ale unei stări: inserarea unui caracter la începutul unui șir dat
- Operatorul de verificare a proprietății de *scop* a unei stări: palindrom

Căutare în spațiul stărilor

- Spațiul stărilor ca graf:
  - noduri: stări
  - muchii (orientate): transformări ale stărilor în stări succesor
- Posibile strategii de căutare:
  - lățime: completă și optimală
  - adâncime: incompletă și suboptimală

Căutare în lățime

Obișnuită

```
1  (define breadth-search-goal
2   (lambda (init expand goal?)
3    (letrec ((search (lambda (states)
4     (if (null? states) '()
5      (let ((state (car states)) (states (cdr
           states)))
6            (if (goal? state) state
7               (search (append states (expand state)))
8    ))))))
9    (search (list init)))))
```

- Generarea unei singure soluții
- Cum le obținem pe celelalte, mai ales dacă spațiul e infinit?

Căutare în lățime

Lenesă (1) – fluxul stărilor *scop*

```
1  (define lazy-breadth-search (lambda (init expand)
2    (letrec ((search (lambda (states)
3               (if (stream-null? states) states
4                 (let ((state (stream-car states))
5                       (states (stream-cdr states)))
6                  (stream-cons state
7                    (search (stream-append states
8                                           (expand state)))
9            ))))))
10         (search (stream-cons init stream-nil))
11 )))
```

Căutare în lățime
Lenesă (2)

```
1 (define lazy-breadth-search-goal
2   (lambda (init expand goal?)
3     (stream-filter goal?
4       (lazy-breadth-search init expand))
5 ))
```

- Nivel înalt, conceptual: separare între explorarea spațiului și identificarea stărilor *scop*.
- Nivel scăzut, al instrucțiunilor: întrepătrunderea celor două aspecte.
- Aplicații:
  - Palindroame
  - Problema reginelor

Sfârșitul cursului 5
Elemente esențiale

- Evaluare întârziată $\rightarrow$ variante de implementare
- Fluxuri $\rightarrow$ implementare și utilizări
- Căutare într-un spațiu infinit