

# Paradigme de Programare

Conf. dr. ing. Andrei Olaru

andrei.olaru@cs.pub.ro | cs@andreiolaru.ro  
Departamentul de Calculatoare

2020

# Cursul 3

## Anexă: Recapitulare Calcul $\lambda$

- 1 Introducere
- 2 Lambda-expresii
- 3 Reducere
- 4 Evaluare
- 5 Limbajul lambda-0 și incursiune în TDA
- 6 Racket vs. lambda-0
- 1 Recapitulare Calcul  $\lambda$

# Recapitulare Calcul $\lambda$

• O  $\lambda$ -expresie poate fi:

- $x$
- $\lambda x.E$        $E$   $\lambda$ -expresie
- $(F A)$        $F, A$   $\lambda$ -expresii

Exemple:

- $\lambda x.x$
- $\lambda x.\lambda y.(x y)$
- $(\lambda x.x \lambda x.x)$

- Sursa pentru  $\beta$ -reducere și pasul de reducere.
- Este o funcție care se poate aplica.

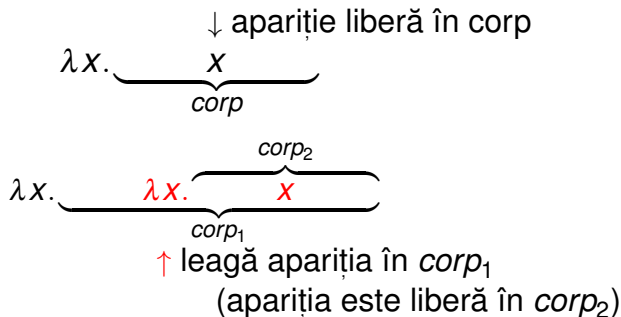
$$(\lambda x. \underbrace{\quad}_{corp} \quad \underbrace{\quad}_{parametru\ actual})$$

- $x$ : numele parametrului formal.

### · substituție textuală

$$(\lambda x. \underbrace{\quad}_{corp} \underbrace{\quad}_{parametru\ actual}) \rightarrow_{\beta} \underbrace{\quad}_{corp} [parametru\ actual/x]$$

aparițiile libere ale lui  $x$  din corp sunt  
substituite textual cu parametrul actual



- O apariție  $x$  este legată de cea mai interioară definiție  $\lambda x$ , care conține apariția în corpul său. Dacă  $\lambda x$  care îl leagă este inclus în expresia  $E$ , apariția este legată în  $E$ , altfel este liberă în  $E$ .
- $x$  are o apariție liberă în  $E \Rightarrow x$  variabilă liberă în  $E$  (altfel legată).
- $\#$  variabile libere în  $E \Rightarrow E$  închisă.



# Condiții $\beta$ -reducere pentru $(\lambda x.E A)$

 $\lambda$ 

Când este corect să efectuăm substituția?

---

Putem aplica  $\beta$ -reducerea dacă:

- Variabilele **libere** din  $A$  nu devin **legate** în  $E_{[A/x]}$
- Mai precis, numele variabilelor libere din  $A$  nu sunt nume de variabile care sunt legate în contextele din  $E$  în care apare  $x$ .
- Exemplu:  $(\lambda x.\lambda y.(y x) \lambda z.y) \rightarrow$  incorect să efectuăm  $\beta$ -reducere – există puncte în corpul lui  $\lambda x$  în care  $y$  este legată, dar  $y$  este variabilă liberă în parametrul actual.

# $\alpha$ -conversie în $(\lambda x.E A)$

 $\lambda$ 

Cum rezolvăm problema anterioară?

---

- când?  $\rightarrow$  când variabilele din  $A$  devin legate în  $E_{[A/x]}$
- ce redenumim?  $\rightarrow$  parametri formali ai tuturor funcțiilor din  $E$  care conțin apariții libere ale lui  $x$  în corp și au ca parametru formal numele unei variabile libere din  $A$  (redenumirea parametrilor formali implică folosirea noului nume în toate aparițiile libere ale parametrilor formali în corpurile funcțiilor respective).
- la ce redenumim?  $\rightarrow$  la un nume care nu este nume de variabilă liberă în  $A$  sau în propriul corp, și care nu devine legat în corp.

$[\alpha\text{-conversie}] + \beta\text{-reducere}$  fără coliziuni

- 1 avem  $\beta$ -redex
- 2 dacă este cazul, efectuăm  $\alpha$ -conversie
- 3 efectuăm  $\beta$ -reducere

# Secvență de reducere

 $\lambda$ 

Cum facem o reducere completă?

---

Secvență de reducere =  $\rightarrow^*$

· Dacă expresia este reductibilă (are o secvență de reducere care se termină), reducerea în ordine **stânga-dreapta** se va termina cu valoarea expresiei.