

# PARADIGME DE PROGRAMARE

## Curs 1

Introducere. Modele de evaluare. Limbajul Racket. Recursivitate.

1

## Administrative

<http://elf.cs.pub.ro/pp/>

- Cursuri, laboratoare, teme
- Catalog
- Exemple de examene și teste
- Regulament

**Structura fiecărui curs**

- Recapitularea cursului anterior
- Predare
- Test din cursul anterior (uneori)
- Rezumatul cursului curent

2

## Obiective

### Alternative la paradigmele imperativă și orientată obiect

- Paradigma funcțională, paradigma logică

### Cum sunt proiectate limbajele de programare

- Modele de calculabilitate
- Features: controlul complexității prin lizibilitate și eficiență
- Limbaje multiparadigmă pentru programatori multiparadigmă

### Adaptarea rapidă la noi limbaje de programare

- Racket, Haskell, Prolog

### Provocări distractive

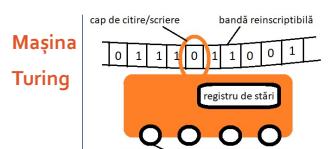
3

## Modele, paradigme, limbaje – Cuprins

- Modele de calculabilitate
- Paradigme de programare
- Exemplu rezolvat în diferite paradigme/limbaje

4

## Modele de calculabilitate



**Mașina Markov**

- imperativă -> funcțională
- rea -> bună
- este cea mai bună -> bate tot

Dându-se s = "Programarea imperativă este cea mai rea" și regulile de substituție de mai sus, asupra lui s se aplică succesiv prima regulă aplicabilă, cât timp ea există.  
Programarea funcțională este cea mai rea  
Programarea funcțională este cea mai bună  
Programarea funcțională bate tot

$$(\lambda x. \lambda y. x + y \ 2) \rightarrow \lambda y. 2 + y$$

Dacă aplic funcția cu argumentul  $x$  și corpul  $\lambda y. x + y$  asupra valorii  $2$ , obțin funcția cu argumentul  $y$  și corpul  $2 + y$

om(alin). om(adina). om(cristi).  
place(alin, adina). place(adina, cristi).  
fericit(x) dacă om(x), om(y), place(y, x).  
  
fericit(Cine).  
>>> Cine = adina; Cine = cristi.

Dându-se faptele și regulile anterioare, se încercă instanțierea variabilelor Cine, X și Y în toate modurile posibile astfel încât să se satisfacă scopul că Cine este fericit.

**Calculul Lambda**

**Mașina Logică**

## Modele, paradigme, limbaje – Cuprins

- Modele de calculabilitate
- Paradigme de programare
- Exemplu rezolvat în diferite paradigmă/limbaje

5

6

## Modele, paradigme, limbaje

### Model de calculabilitate

- Oferă un model formal al efectuării calculului
- Diferă de alte modele prin CUM se calculează funcțiile, nu prin CE funcții se calculează

### Paradigmă de programare

- Stil fundamental de a programa, bazat pe un anumit model de calculabilitate
- Mod de reprezentare a datelor (ex: variabile, funcții, obiecte, fapte, constrângeri)
- Mod de prelucrare a reprezentării (ex: atribuiri, evaluări, fire de execuție)

### Limbaj de programare

- Limbaj formal capabil să exprime procesul de rezolvare a problemelor
- Sprijină una sau mai multe paradigmă (ex: Scala, F# - POO și PF; Python – imperativ, POO și PF)

7

8

Paradigma	Reprezentarea datelor	Structura programului	Execuția programului	Rezultat	Limbaje
Imperativă	Variabile	Succesiune de comenzi	Execuție de comenzi	Stare finală a memoriei	C, Pascal, Fortran
Orientată Obiect	Obiecte	Colecție de clase și obiecte	Transmitere de mesaje între obiecte	Stare finală a obiectelor	Java, C++
Funcțională	Funcții	Colecție de funcții	Evaluare de funcții	Valoarea la care se evaluatează funcția principală	Racket, Haskell
Logică	Fapte, reguli	Axiome și o teoremă care trebuie demonstrată	Demonstrarea teoremei	Reușită sau eșec în demonstrarea teoremei	Prolog

## De ce?

*The tools we use have a profound (and devious!) influence on our thinking habits, and, therefore, on our thinking abilities.*

*Edsger Dijkstra, How do we tell truths that might hurt*

*I suppose it is tempting, if the only tool you have is a hammer, to treat everything as if it were a nail.*

*Abraham Maslow, The law of instrument*

*The illiterate of the 21st century will not be those who cannot read and write, but those who cannot learn, unlearn, and relearn.*

*Alvin Toffler*



9

## Modele, paradigme, limbaje – Cuprins

- Modele de calculabilitate
- Paradigme de programare
- Exemplu rezolvat în diferite paradigmă/limbaje

10

## Exemplu

Să se determine factorialul unui număr natural n folosind paradigmile:

- Imperativă
- Funcțională
- Logică

11

## Rezolvare imperativă

- ```

1. int i, factorial = 1;           ← datele sunt reținute în variabilele i, factorial
2. for (i = 2; i <= n; i++)       ← rezolvarea este o execuție succesivă de înmulțiri
3.     factorial *= i;           ← rezultatul se regăsește în starea finală a memoriei
                                (în zona rezervată variabilei factorial)
  
```

### De reținut

- Programele imperative au stare
- Starea diferă de la un moment al execuției la altul
- Construcții fundamentale: atribuirea, ciclarea
- Soluție tip „rețetă” (programul descrie CUM se construiește, pas cu pas, rezultatul)

12

## Rezolvare funcțională – Racket

```

1. (define (factorial n)           ← datele sunt reținute în funcții (totul este o funcție)
2.   (if (zero? n)                 ← caz de bază în recursivitate
3.     1                           (corespunzător constructorilor nulari/externi)
4.     (* n (factorial (- n 1)))) ← apelul recursiv cu o nouă valoare a parametrului n
                                    (corespunzător constructorilor interni)

```

### De reținut

- Programele funcționale nu au stare
- **Ciclarea** este înlocuită prin **recursivitate**
- Atribuirea este înlocuită printr-un apel recursiv cu **noi valori ale parametrilor funcției**
- **Succesiunea de comenzi** este înlocuită prin **componere de funcții**
- Soluție declarativă (programul descrie CE este, din punct de vedere matematic, rezultatul)

13

## Rezolvare funcțională – Haskell

```

1. factorial 0 = 1
2. factorial n = n * factorial (n - 1)

```

← totul este o funcție, deci nu este necesar un cuvânt cheie care să spună că urmează o funcție

### De observat

- Haskell permite **pattern matching** pe parametrii formali ai funcției (feature existentă în Haskell dar nu și în Racket)
- Dacă pattern matching-ul de pe linia 1 reușește, se întoarce rezultatul 1, altfel se încearcă potrivirea cu linia următoare (care, pe codul de mai sus, reușește întotdeauna)

14

## Rezolvări funcționale „avansate”

### Racket

```

1. (define (factorial n)
2.   (apply * (range 2 (+ n 1))))

```

### Haskell

```
1. factorial n = product [1 .. n]
```

Pentru rezolvări și mai avansate:

<http://www.willamette.edu/~fruehr/haskell/evolution.html>

15

## Rezolvare logică – Prolog

```

1. factorial(0, 1).           ← datele sunt reținute în fapte (ex: factorial de 0 este 1)
2. factorial(N, Result) :-      și reguli (ex: factorial de N este Result, dacă:
3.   N > 0,                      N > 0 și
4.   Prev is N-1,                factorial de N-1 este F și
5.   factorial(Prev, F),         Result este N*F.
6.   Result is N*F.

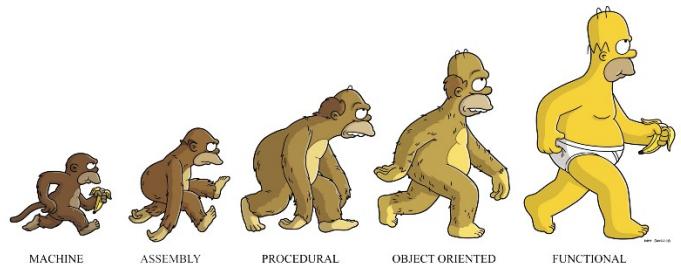
```

### De reținut

- Asemănări cu paradigma funcțională: soluție declarativă, ciclarea înlocuită prin recursivitate, atribuirea înlocuită prin noi valori ale parametrilor apelului recursiv
- Faptele și regulile sunt axioame, iar o interogare de tip `factorial(5, 120)` sau `factorial(4, F)` reprezintă teoreme pe care programul încercă să o demonstreze
- Limbajul demonstrează teorema potrivind-o în toate modurile posibile cu axiomele existente în universul problemei (**backtracking** incorporat în limbajul de programare)

16

## Programare funcțională în Racket



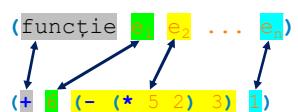
17

## Limbajul Racket – Cuprins

- Expresii și evaluare aplicativă
- Lambda-expresii și funcții
- Perechi și liste
- Operatori condiționali
- Recursivitate

18

## Expresii în Racket

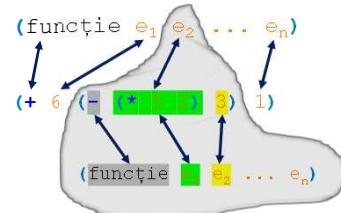


### Observație

Fiecare argument al funcției poate fi, la rândul său, o nouă expresie complexă, cu aceeași sintaxă (funcție e1 e2 ... en). Este cazul lui  $\text{e}_2$  de mai sus.

19

## Expresii în Racket



20

## Evaluare aplicativă

**Evaluare aplicativă** (ex: Racket)

Înainte de a aplica o funcție asupra unor subexpresii, evaluează toate aceste subexpresii cât de mult se poate.



**Evaluare normală** (ex: Calcul Lambda)

Subexpresiile sunt pasate funcției fără a fi evaluate, în expresia finală subexpresiile reductibile se evaluează de la stânga la dreapta.

21

## Exemplu de evaluare a unei expresii Racket

```
(+ 6 (- (* 5 2) 4))
(+ 6 (- (* 5 2) 4))
(+ 6 (- 10 4))
(+ 6 (- 10 4))
(+ 6 6)
12
```

22

## Strategii de evaluare

Reprezintă reguli de evaluare a expresiilor într-un limbaj de programare.

**Strategii stricte** (argumentele funcțiilor sunt evaluate la apel, înainte de aplicare)

- Evaluare aplicativă
- Call by value – funcției i se dă o copie a valorii obținută la evaluare (C, Java, Racket)
- Call by reference – funcției i se pasează o referință la argument (Perl, Visual Basic)

**Strategii nestricte** (argumentele funcțiilor nu sunt evaluate până ce valoarea lor nu e necesară undeva în corpul funcției)

- Evaluare normală
- Call by name – funcția primește argumentele ca atare, neevaluate, și le evaluează și reevaluatează de fiecare dată când valoarea e necesară în corpul funcției
- Call by need – un call by name în care prima evaluare reține rezultatul într-un Cache pentru refolosire (Haskell, R)

23

## Construcția `define`

**(define identificator expresie)**

- Creează o pereche identificator-valoare (provenită din evaluarea imediată a expresiei), nu altereză o zonă de memorie (# atribuire)
- Scopul: **lizibilitate** (numele documentează semnificația valorii)  
**flexibilitate** (la nevoie, valoarea se modifică într-un singur loc)  
**reutilizare** (expresiile complexe nu trebuie recrise integral de fiecare dată)

**Exemple**

1. `(define PI 3.14159265)`
2. `(define r 5)`
3. `(define area (* PI r r))` ← identificatorul area se leagă la valoarea 78.53981625, fără să rețină de unde a provenit aceasta

24

## Limbajul Racket – Cuprins

- Expresii și evaluare aplicativă
- Lambda-expresii și funcții
- Perechi și liste
- Operatori condiționali
- Recursivitate

25

## $\lambda$ -expresia (în Calculul Lambda)

### Sintaxa

- $e \equiv$
- |  $x$  variabilă
  - |  $\lambda x.e$  funcție (unară, anonimă) cu parametrul formal  $x$  și corpul  $e$
  - |  $(e_1 e_2)$  aplicație a expresiei  $e_1$  asupra parametrului efectiv  $e_2$

### Semantica (Modelul substituției)

Pentru a evalua  $(\lambda x.e_1 e_2)$  (funcția cu parametrul formal  $x$  și corpul  $e_1$ , aplicată pe  $e_2$ ):

- Peste tot în  $e_1$ , identificatorul  $x$  este înlocuit cu  $e_2$
- Se evaluatează noul corp  $e_1$  și se întoarce rezultatul (se notează  $e_1_{(e_2/x)}$ )

26

## Exemple de $\lambda$ -expresii

$$\begin{aligned} &\lambda x.x \\ &(x y) \\ &\lambda x.\lambda y.(x y) \\ &(\lambda x.x a) \\ &(\lambda x.y a) \\ &(\lambda x.x \lambda x.y) \end{aligned}$$

27

## Exemple de $\lambda$ -expresii

$$\begin{aligned} &\lambda x.x \quad \text{funcția identitate} \\ &(x y) \\ &\lambda x.\lambda y.(x y) \\ &(\lambda x.x a) \\ &(\lambda x.y a) \\ &(\lambda x.x \lambda x.y) \end{aligned}$$

28

## Exemple de $\lambda$ -expresii

$\lambda x.x$

$(x\ y)$  aplicăția expresiei  $x$  asupra expresiei  $y$

$\lambda x.\lambda y.(x\ y)$

$(\lambda x.x\ a)$

$(\lambda x.y\ a)$

$(\lambda x.x\ \lambda x.y)$

29

## Exemple de $\lambda$ -expresii

$\lambda x.x$

$(x\ y)$

$\lambda x.\lambda y.(x\ y)$  o funcție de un parametru  $x$  care întoarce o altă funcție

$(\lambda x.x\ a)$

$(\lambda x.y\ a)$

$(\lambda x.x\ \lambda x.y)$

30

## Exemple de $\lambda$ -expresii

$\lambda x.x$

$(x\ y)$

$\lambda x.\lambda y.(x\ y)$

$(\lambda x.x\ a)$  funcția identitate aplicată asupra lui  $a$  (se evaluatează la  $a$ )

$(\lambda x.y\ a)$

$(\lambda x.x\ \lambda x.y)$

31

## Exemple de $\lambda$ -expresii

$\lambda x.x$

$(x\ y)$

$\lambda x.\lambda y.(x\ y)$

$(\lambda x.x\ a)$

$(\lambda x.y\ a)$  funcția de parametru  $x$  cu corpul  $y$ , aplicată asupra lui  $a$  (se evaluatează la  $y$ )

$(\lambda x.x\ \lambda x.y)$

32

## Exemple de $\lambda$ -expresii

```

 $\lambda x.x$ 
 $(x\ y)$ 
 $\lambda x.\lambda y.(xy)$ 
 $(\lambda x.x\ a)$ 
 $(\lambda x.y\ a)$ 
 $(\lambda x.x\ \lambda x.y)$  funcția identitate aplicată asupra funcției  $\lambda x.y$  (se evaluatează la  $\lambda x.y$ )
  
```

33

## Funcții anonte în Racket

```
(lambda listă-parametri corp)
```

### Exemple

```

 $\lambda x.x$       (lambda (x) x) ;; echivalent cu  $(\lambda (x) x)$ 
 $\lambda x.\lambda y.(xy)$  (lambda (x)
                           (lambda (y)
                               (x\ y)))
 $(\lambda x.x\ \lambda x.y)$  ((lambda (x) x) (lambda (x) y))
  
```

34

## Funcții cu nume în Racket

O funcție este o expresie și, ca orice expresie, poate primi un nume cu **define**.

```

1. (define arithmetic-mean
2.   (lambda (x y)
3.     (/ (+ x y)
4.         2)))
5. (arithmetic-mean 5 19) ;; se evaluatează la 12
  
```

Racket permite și sintaxa **(define (nume-funcție x1 x2 ... xn) corp)**:

```
1. (define (arithmetic-mean x y) (/ (+ x y) 2))
```

35

## Exemplu de evaluare a unei aplicații de funcție

```

1. (define (sum-of-squares x y)
2.   (+ (sqr x) (sqr y)))
3.
4. (sum-of-squares (+ 1 2) (* 3 5)) ;; înlocuiește numere prin valoare
>((lambda (x y) (+ (sqr x) (sqr y))) (+ 1 2) (* 3 5)) ;; evaluare aplicativă
>((lambda (x y) (+ (sqr x) (sqr y))) 3 15)
>((lambda (x y) (+ (sqr x) (sqr y))) 3 15) ;; modelul substituției (x<-3, y<-15)
>(+ (sqr 3) (sqr 15))
>(+ 9 225)
>234
  
```

36

## Limbajul Racket – Cuprins

- Expresii și evaluare aplicativă
- Lambda-expresii și funcții
- Perechi și liste
- Operatori condiționali
- Recursivitate

37

## TDA-ul Pereche

### Constructori de bază

`cons` :  $T_1 \times T_2 \rightarrow$  Pereche      // creează o pereche cu punct între orice 2 argumente

### Operatori

`car` : Pereche  $\rightarrow T_1$       // extrage prima valoare din pereche  
`cdr` : Pereche  $\rightarrow T_2$       // extrage a doua valoare din pereche

### Exemple

```
(cons (cons 1 2) 'a)
(cons + 3)
(car (cons (cons 1 2) 5))
(cdr '(4 . b))
```

38

## TDA-ul Pereche

### Constructori de bază

`cons` :  $T_1 \times T_2 \rightarrow$  Pereche      // creează o pereche cu punct între orice 2 argumente

### Operatori

`car` : Pereche  $\rightarrow T_1$       // extrage prima valoare din pereche  
`cdr` : Pereche  $\rightarrow T_2$       // extrage a doua valoare din pereche

### Exemple

```
(cons (cons 1 2) 'a) ;; '((1 . 2) . a)
(cons + 3) ;; '#<procedure:+> . 3)
(car (cons (cons 1 2) 5)) ;; '(1 . 2)
(cdr '(4 . b)) ;; 'b
```

39

## Sintaxa valorilor de tip Pereche

' (1 . 2)      echivalent cu      (`quote` (1 . 2))

### Explicație

Funcția `quote` își „citează” argumentul, în sensul că previne evaluarea acestuia. Apostroful este doar o notație prescurtată echivalentă cu funcția `quote`.

Acest artificiu este necesar în reprezentarea valorilor de tip Pereche (sau Listă), pentru că Racket, la întâlnirea unei paranteze deschise, consideră că urmează o funcție și apoi argumentele pe care se aplică aceasta.

Racket va interpreta codul '(1 2) ca pe lista (1 2), în schimb va da eroare dacă încercăm să rulăm codul (1 2):

```
application: not a procedure;
expected a procedure that can be applied to arguments
given: 1
arguments...:
```

40

## TDA-ul Listă

### Constructori (de bază și nu numai)

```
null : -> Listă          // creează o listă vidă, echivalent cu valoarea '()
cons : T x Listă -> Listă // creează o listă prin adăugarea unei valori la începutul unei liste
list : T1 x ... Tn -> Listă // creează o listă din toate argumentele sale
```

### Operatori

|                                 |                                             |
|---------------------------------|---------------------------------------------|
| car : Listă -> T                | <code>(car (list 1 'a +))</code>            |
| cdr : Listă -> Listă            | <code>(cdr '(2 3 4 5))</code>               |
| null? : Listă -> Bool           | <code>(null? '())</code>                    |
| length : Listă -> Nat           | <code>(length (list))</code>                |
| append : Listă x Listă -> Listă | <code>(append (cons 1 '(2)) ' (a b))</code> |

### Exemple

|                                             |               |
|---------------------------------------------|---------------|
| <code>(car (list 1 'a +))</code>            | ;; 1          |
| <code>(cdr '(2 3 4 5))</code>               | ;; '(3 4 5)   |
| <code>(null? '())</code>                    | ;; #t         |
| <code>(length (list))</code>                | ;; 0          |
| <code>(append (cons 1 '(2)) ' (a b))</code> | ;; '(1 2 a b) |

41

## TDA-ul Listă

### Constructori (de bază și nu numai)

```
null : -> Listă          // creează o listă vidă, echivalent cu valoarea '()
cons : T x Listă -> Listă // creează o listă prin adăugarea unei valori la începutul unei liste
list : T1 x ... Tn -> Listă // creează o listă din toate argumentele sale
```

### Operatori

|                                 |                                             |               |
|---------------------------------|---------------------------------------------|---------------|
| car : Listă -> T                | <code>(car (list 1 'a +))</code>            | ;; 1          |
| cdr : Listă -> Listă            | <code>(cdr '(2 3 4 5))</code>               | ;; '(3 4 5)   |
| null? : Listă -> Bool           | <code>(null? '())</code>                    | ;; #t         |
| length : Listă -> Nat           | <code>(length (list))</code>                | ;; 0          |
| append : Listă x Listă -> Listă | <code>(append (cons 1 '(2)) ' (a b))</code> | ;; '(1 2 a b) |

42

## Sintaxa valorilor de tip Listă

'(1 2 3) echivalent cu '(1 . (2 . (3 . ()))))

### Explicație

Listele sunt reprezentate intern ca perechi (cu punct) între primul element și restul listei.  
Așadar:

- lista '(3) este de fapt o pereche între valoarea 3 și lista vidă: '(3 . ())
- lista '(2 3) este o pereche între valoarea 2 și lista '(3): '(2 . (3 . ()))
- lista '(1 2 3) este o pereche între valoarea 1 și lista '(2 3): '(1 . (2 . (3 . ())))

### Observație

Lista este TDA-ul de bază în programarea funcțională.

Orice funcție Racket are structura unei liste și codul Racket poate fi generat, respectiv parsat în Racket folosind constructori și operatori pe liste.

43

## Limbajul Racket – Cuprins

- Expresii și evaluare aplicativă
- Lambda-expresii și funcții
- Perechi și liste
- Operatori condiționali
- Recursivitate

44

## Condiționala **if**

```
(if condiție rezultat-then rezultat-else)
```

### Exemple

```

1. (if (null? '(1 2))      ;; se evaluatează la #f
2.      (+ 1 2)           ;; NU se evaluatează
3.      (- 7 1))          ;; întreg if-ul se evaluatează la 6
4. (if (< 4 10)           ;; se evaluatează la #
5.      'succes           ;; întreg if-ul se evaluatează la 'succes
6.      (/ 'logica 0))     ;; NU se evaluatează (de aceea nu dă eroare)

```

45

## Totul este o funcție

**if** se comportă ca o **funcție cu 3 argumente**: condiția, rezultatul pe ramura de then, și rezultatul pe ramura de else.

Întrucât funcția trebuie să se evaluateze mereu la ceva, niciunul din cele 3 argumente nu poate lipsi! (**nu putem avea un if fără else**)

Întrucât unul din argumente nu va fi necesar, **if** nu își evaluatează argumentele la apel (este o **funcție nestrictă**). Evaluarea unui **if** se produce astfel:

- Se evaluatează condiția (doar primul argument, nu și celelalte două)
- Dacă rezultatul este true, întregul if este înlocuit cu rezultatul pe ramura de then, altfel întregul if este înlocuit cu rezultatul pe ramura de else
- Se evaluatează noua expresie

46

## Condiționala **cond**

```
(cond (condiție1 rezultat1)
      ...
      (condițien rezultatn)) ← în loc de ultima condiție putem folosi
                                cuvântul cheie else, dar nu e obligatoriu
```

### Exemplu

```

1. (define L '(1 2 3))
2. (cond
3.   ((null? L)            0)    ;; se evaluatează doar condiția la #f
4.   ((null? (cdr L))     (/ 1 0))) ;; se evaluatează doar condiția la #f
5.   (else                 'other)) ;; întregul cond se evaluatează la 'other

```

47

## Limbajul Racket – Cuprins

- Expresii și evaluare aplicativă
- Lambda-expresii și funcții
- Perechi și liste
- Operatori condiționali
- Recursivitate

48

## Recursivitate în programarea funcțională

### Nu mai avem

- Atribuirii
- Instrucțiuni de ciclare (for, while)
- Secvență de operații (o funcție se evaluează la o unică valoare și nu are efecte laterale)

### Avem

Componere de funcții recursive cu starea problemei pasată ca parametru în aceste funcții

49

## De la axiomele TDA-ului la recursivitate

### Exemplu: Suma elementelor dintr-o listă

#### Axiome

```
// Operatorul sum
sum([ ]) = 0
```

```
sum(x:l) = x + sum(l)
```

#### Program Racket

```
(define (sum L)
  (if (null? L)
      0
      (+ (car L) (sum (cdr L)))))
```

50

## Observații

### Axiomele TDA-ului se traduc direct în cod funcțional

- Trebuie precizat comportamentul funcției pe **toți** constructorii de bază
- Orice **în plus** e redundant
  - ex: e redundant și nelegant să precizezi comportamentul pentru liste de fix un element
- Orice **în minus** e insuficient și duce la eşecul aplicării funcției pe anumite valori
  - ex: factorial(1) = 1; factorial (succ(n)) = succ(n) \* factorial(n) => eroare pentru factorial(0)

### Abordare generală în scrierea de funcții recursive

- 1) După ce variabile fac recursivitatea? (ce variabile își schimbă valoarea de la un apel la altul?)
- 2) Scrie condiția de oprire pentru fiecare asemenea variabilă (constructori nulari și externi)
- 3) Scrie ce se întâmplă când problema nu este încă elementară (constructori interni, care generează obligatoriu cel puțin un apel recursiv)

### Exemplu: Extragerea primelor n elemente dintr-o listă L

```
(define (take n L))
```

- 1) După ce variabile fac recursivitatea? (ce variabile își schimbă valoarea de la un apel la altul?)
  - Dacă aş și să extrag din (cdr L), m-ar ajuta? (încerc să scad, pe rând, dimensiunea parametrilor)
  - Observ că a luat primele 3 elemente din lista '(1 2 3 4) și totuși a luat primele 2 elemente din lista '(2 3 4) și a îl adăuga pe 1 în față
  - Rezultă că subproblemă care mă ajută are (cdr L) și (- n 1) ca parametri, deci recursivitatea se face atât după n cât și după L
- 2) Scrie condiția de oprire pentru fiecare asemenea variabilă (constructori nulari și externi)
 

```
(if (or (zero? n) (null? L))
    '())
```
- 3) Scrie ce se întâmplă când problema nu este încă elementară (constructori interni, care generează obligatoriu cel puțin un apel recursiv)
 

```
(cons (car L) (take (- n 1) (cdr L))))
```

51

52

## Rezumat

Modele de calculabilitate  
 Paradigme  
 Strategii de evaluare  
 Lambda-expresii  
 Sintaxa expresiilor Racket  
 Sintaxa funcțiilor Racket  
 Perechi și Liste  
 Operatori condiționali  
 Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

53

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică  
 Paradigme  
 Strategii de evaluare  
 Lambda-expresii  
 Sintaxa expresiilor Racket  
 Sintaxa funcțiilor Racket  
 Perechi și Liste  
 Operatori condiționali  
 Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

54

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică  
**Paradigme:** imperativă, orientată obiect, funcțională, logică  
 Strategii de evaluare  
 Lambda-expresii  
 Sintaxa expresiilor Racket  
 Sintaxa funcțiilor Racket  
 Perechi și Liste  
 Operatori condiționali  
 Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

55

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică  
**Paradigme:** imperativă, orientată obiect, funcțională, logică  
**Strategii de evaluare:** strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)  
 Lambda-expresii  
 Sintaxa expresiilor Racket  
 Sintaxa funcțiilor Racket  
 Perechi și Liste  
 Operatori condiționali  
 Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

56

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică

**Paradigme:** imperativă, orientată obiect, funcțională, logică

**Strategii de evaluare:** strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)

**Lambda-expresii:** variabilă ( $x$ ), funcție ( $\lambda x.e$ ), aplicație ( $(e_1 e_2)$ )

Sintaxa expresiilor Racket

Sintaxa funcțiilor Racket

Perechi și Liste

Operatori condiționali

Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

57

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică

**Paradigme:** imperativă, orientată obiect, funcțională, logică

**Strategii de evaluare:** strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)

**Lambda-expresii:** variabilă ( $x$ ), funcție ( $\lambda x.e$ ), aplicație ( $(e_1 e_2)$ )

**Sintaxa expresiilor Racket:** (funcție  $e_1 e_2 \dots e_n$ )

Sintaxa funcțiilor Racket:

Perechi și Liste

Operatori condiționali

Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

58

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică

**Paradigme:** imperativă, orientată obiect, funcțională, logică

**Strategii de evaluare:** strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)

**Lambda-expresii:** variabilă ( $x$ ), funcție ( $\lambda x.e$ ), aplicație ( $(e_1 e_2)$ )

**Sintaxa expresiilor Racket:** (funcție  $e_1 e_2 \dots e_n$ )

**Sintaxa funcțiilor Racket:** (lambda ( $x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp) sau (define ( $f x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp)

Perechi și Liste

Operatori condiționali

Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

59

## Rezumat

**Modele de calculabilitate:** Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică

**Paradigme:** imperativă, orientată obiect, funcțională, logică

**Strategii de evaluare:** strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)

**Lambda-expresii:** variabilă ( $x$ ), funcție ( $\lambda x.e$ ), aplicație ( $(e_1 e_2)$ )

**Sintaxa expresiilor Racket:** (funcție  $e_1 e_2 \dots e_n$ )

**Sintaxa funcțiilor Racket:** (lambda ( $x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp) sau (define ( $f x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp)

**Perechi și Liste:** '(a . b), '(1 2 3), '(), cons, null, list, car, cdr, null?, length, append

Operatori condiționali

Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

60

## Rezumat

Modele de calculabilitate: Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică

Paradigme: imperativă, orientată obiect, funcțională, logică

Strategii de evaluare: strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)

Lambda-expresii: variabilă ( $x$ ), funcție ( $\lambda x.e$ ), aplicație ( $(e_1 e_2)$ )

Sintaxa expresiilor Racket: (funcție  $e_1 e_2 \dots e_n$ )

Sintaxa funcțiilor Racket: ( $\lambda$ ambda ( $x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp) sau (define ( $f x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp)

Perechi și Liste:  $(a . b)$ ,  $(1\ 2\ 3)$ ,  $()$ , cons, null, list, car, cdr, null?, length, append

Operatori condiționali: if, cond

Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni

## Rezumat

Modele de calculabilitate: Mașina Turing, Calculul Lambda, Mașina Markov, Mașina Logică

Paradigme: imperativă, orientată obiect, funcțională, logică

Strategii de evaluare: strictă (ex: aplicativă), nestrictă (ex: normală)

Lambda-expresii: variabilă ( $x$ ), funcție ( $\lambda x.e$ ), aplicație ( $(e_1 e_2)$ )

Sintaxa expresiilor Racket: (funcție  $e_1 e_2 \dots e_n$ )

Sintaxa funcțiilor Racket: ( $\lambda$ ambda ( $x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp) sau (define ( $f x_1 x_2 \dots x_n$ ) corp)

Perechi și Liste:  $(a . b)$ ,  $(1\ 2\ 3)$ ,  $()$ , cons, null, list, car, cdr, null?, length, append

Operatori condiționali: if, cond

Soluții pentru înlocuirea atribuirilor, ciclărilor, secvenței de instrucțiuni: compunere de funcții recursive cu starea problemei pasată ca parametru în aceste funcții