

# Paradigme de Programare

S.I. dr. ing. Andrei Olaru

Departamentul Calculatoare  
slides: Andrei Olaru & Mihnea Muraru

2013 – 2014, semestrul 2

# Cursul 3

## Anexă: Recapitulare Calcul $\lambda$

## 1 Recapitulare Calcul $\lambda$

# Recapitulare Calcul $\lambda$

• O  $\lambda$ -expresie poate fi:

- $x$
- $\lambda x. E$        $E$   $\lambda$ -expresie
- $(F A)$        $F, A$   $\lambda$ -expresii

Exemple:

- $\lambda x. x$
- $\lambda x. \lambda y. (x \ y)$
- $(\lambda x. x \ \lambda x. x)$

- Sursa pentru  $\beta$ -reducere și pasul de reducere.
- Este o funcție care se poate aplica.

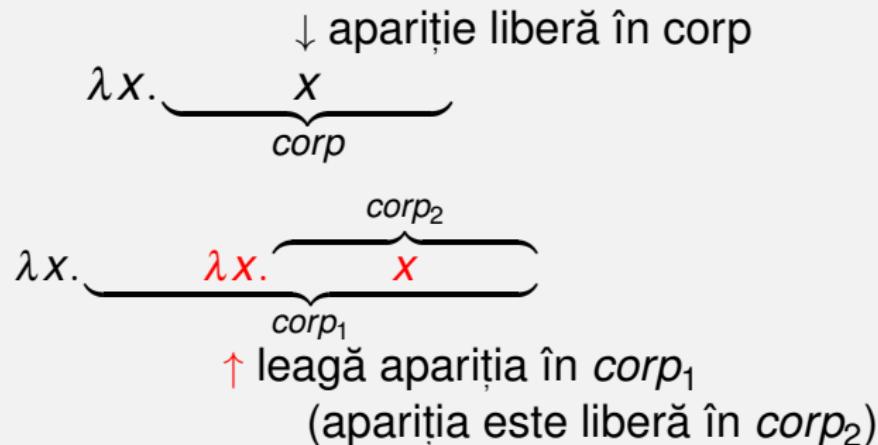
$$(\lambda x. \underbrace{\quad}_{\text{corp}} \underbrace{\quad}_{\text{parametru actual}})$$

- $x$ : numele parametrului formal.

## substituție textuală

$$(\lambda x. \underbrace{\text{corp}}_{\text{parametru actual}}) \rightarrow_{\beta} \underbrace{\text{corp}}_{\text{corp}} [\text{parametru actual}/x]$$

aparițiile libere ale lui  $x$  din corp sunt substituite textual cu parametrul actual



- O apariție  $x$  este legată de cea mai interioară definiție  $\lambda x$ , care conține apariția în corpul său. Dacă  $\lambda x$  care îl leagă este inclus în expresia  $E$ , apariția este legată în  $E$ , altfel este liberă în  $E$ .
- $x$  are o apariție liberă în  $E \Rightarrow x$  variabilă liberă în  $E$  (altfel legată).
- $\nexists$  variabile libere în  $E \Rightarrow E$  închisă.

Recapitulare Calcul  $\lambda$

# Condiții $\beta$ -reducere pentru $(\lambda x.E) A$

---

$\lambda$

Când este corect să efectuăm substituția?

- Variabilele **libere** din  $A$  nu devin **legate** în  $E_{[A/x]}$
- Mai precis, numele variabilelor libere din  $A$  nu sunt nume de variabile care sunt legate în contextele din  $E$  în care apare  $x$ .
- Exemplu:  $(\lambda x.\lambda y.(y \ x) \ \lambda z.y) \rightarrow$  incorrect să efectuăm  $\beta$ -reducere.

- când?  $\rightarrow$  când variabilele din  $A$  devin legate în  $E_{[A/x]}$
- ce redenumim?  $\rightarrow$  parametri formali ai tuturor funcțiilor din  $E$  care conțin apariții libere ale lui  $x$  în corp și au ca parametru formal numele unei variabile libere din  $A$  (redenumirea parametrilor formali implică folosirea noului nume în toate aparițiile libere ale parametrilor formali în corpurile funcțiilor respective).
- la ce redenumim?  $\rightarrow$  la un nume care nu este nume de variabilă liberă în  $A$  sau în propriul corp, și care nu devine legat în corp.

Cum efectuăm o reducere corectă?

---

[ $\alpha$ -conversie] +  $\beta$ -reducere fără coliziuni

- 1 avem  $\beta$ -redex
- 2 dacă este cazul, efectuăm  $\alpha$ -conversie
- 3 efectuăm  $\beta$ -reducere

# Secvență de reducere

## Cum facem o reducere completă?

$\lambda$

Secvență de reducere =  $\rightarrow^*$

- Dacă expresia este reductibilă (are o secvență de reducere care se termină), reducerea în ordine **stânga-dreapta** se va termina cu valoarea expresiei.