

# Paradigme de Programare

S.I. dr. ing. Andrei Olaru  
slides: Mihnea Muraru si Andrei Olaru

Catedra de Calculatoare

2013 – 2013, semestrul 2



# Cursul 5

## Evaluare leneșă în Scheme



Întârziere

Abstracții

Fluxuri

Căutare

# Cuprins

---

- 1 Întârzierea evaluării
- 2 Abstracții procedurale și de date
- 3 Fluxuri
- 4 Rezolvarea problemelor prin căutare leneșă în spațiul stărilor



# Întârziere



### Exemplul 20.1.

Să se implementeze funcția **nestrictă** *prod*, astfel încât al doilea parametru să fie evaluat doar dacă primul este *true*:

- $prod(F, y) = 0$
- $prod(T, y) = y(y + 1)$

# Varianta 1

## Încercare – implementare directă

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* y (+ y 1)) 0)))
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x (begin (display "y␣") y)))))
9
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output:



# Varianta 1

## Încercare – implementare directă

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* y (+ y 1)) 0)))
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x (begin (display "y ") y))))))
9
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output: y 0 | y 30

- Implementare **eronată**, deoarece **ambii** parametri sunt evaluați în momentul aplicării



# Varianta 2

## Încercare – quote & eval

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* (eval y) (+ (eval y) 1)) 0))) ; eval
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x '(begin (display "y␣") y)))) ; quote
9
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output:





# Varianta 2

## Încercare – quote & eval

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* (eval y) (+ (eval y) 1)) 0))) ; eval
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x '(begin (display "y␣") y)))) ; quote
9
10 (test #f)
11 (test #t)
```

Output: 0 | reference to undefined identifier

- $x = \#f$  → comportament corect:  $y$  neevaluat
- $x = \#t$  → **eroare**: quote **nu** salvează contextul



# Varianta 3

## Încercare – închideri funcționale

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* (y) (+ (y) 1)) 0))) ; (y)
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x
9         (lambda () (begin (display "y␣") y))))))
10
11 (test #f)
12 (test #t)
```

Output:



# Varianta 3

## Încercare – închideri funcționale

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* (y) (+ (y) 1)) 0))) ; (y)
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x
9         (lambda () (begin (display "y ") y))))))
10
11 (test #f)
12 (test #t)
```

Output: 0 | y y 30

- Comportament corect:  $y$  evaluat **la cerere**
- $x = \#t \rightarrow y$  evaluat de 2 ori – **ineficient**

# Varianta 4

## Promisiuni: delay & force

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* (force y) (+ (force y) 1)) 0)))
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x
9         (delay (begin (display "y␣") y))))))
10
11 (test #f)
12 (test #t)
```

Output:



# Varianta 4

## Promisiuni: delay & force

---

```
1 (define prod
2   (lambda (x y)
3     (if x (* (force y) (+ (force y) 1)) 0)))
4
5 (define test
6   (lambda (x)
7     (let ((y 5))
8       (prod x
9         (delay (begin (display "y ") y))))))
10
11 (test #f)
12 (test #t)
```

Output: 0 | y 30

- Comportament corect:  $y$  evaluat **la cerere**, o **singură** dată → evaluare **leneșă**



# Promisiuni

## Descriere

---

- Rezultatul încă **neevaluat** al unei expresii
- Exemplu: (`delay (* 5 6)`)
- Valori de **prim rang** în limbaj (v. Definiția 4.8)
- `delay`
  - construiește o promisiune
  - funcție nestrictă
- `force`
  - forțează respectarea unei promisiuni, evaluând expresia doar la **prima** aplicare, și **salvându-i** valoarea
  - începând cu a doua invocare, întoarce, direct, valoarea **memorată**



# Promisiuni

## Cerințe

---

- Salvarea **contextului computațional** al expresiei a cărei evaluare este întârziată și evaluarea ei ulterioară în **acel** context → asemănător cu închiderile funcționale.
- Salvarea **rezultatului** primei evaluări a expresiei
- **Distingerea** primei forțări de celelalte →



# Promisiuni

## Cerințe

---

- Salvarea **contextului computațional** al expresiei a cărei evaluare este întârziată și evaluarea ei ulterioară în **acel** context → asemănător cu închiderile funcționale.
- Salvarea **rezultatului** primei evaluări a expresiei
- **Distingerea** primei forțări de celelalte → efect lateral.





# Promisiuni

## Implementare în Scheme (1)

---

- `p` = o promisiune – expresie care se evaluează numai când este necesar prima oară, și reține valoarea la care s-a evaluat;
- `my-delay` construiește promisiunea;
- `my-force` evaluează promisiunea;

```
1 (define-macro my-delay (lambda (expr)
2   '(make-promise (lambda () ,expr))
3 ))
4
5 (define my-force (lambda (p)
6   (p)
7 ))
```



# Promisiuni

## Implementare în Scheme (2a)

---

```
1 (define make-promise (lambda (closure)
2   (let ((ready? #f) (result #f))
3     (lambda () ; promisiunea
4       (if (not ready?)
5           (begin (set! ready? #t)
6                  (set! result (closure))))
7       result
8     ))))
```

Dar dacă:

```
1 (define x 1)
2 (define p (my-delay (if (= x 3) 0
3   (begin (set! x (+ x 1)) (my-force p) 100)
4   )))
```

(my-force p) returnează 100, deși **prima valoare** calculată de o promisiune terminată a fost 0 (când x a ajuns la 3).

# Promisiuni

## Implementare în Scheme (2b – corect)

---

```
1 (define make-promise (lambda (closure)
2   (let ((ready? #f) (result #f))
3     ; promisiunea
4     (lambda ()
5       (if ready?
6         result
7         (let ((r (closure)))
8           (if ready?
9             result
10            (begin (set! ready? #t)
11                  (set! result r)
12                  result)
13          ))
14      ))
15 )))
```



# Promisiuni

## Implementare în Scheme – discuție

---

- Situații în care evaluarea expresiei împachetate declanșează, **ea însăși**, forțarea promisiunii → **a doua** verificare a lui `ready?`.
- Promisiuni → obiecte cu **stare**.
- Prima forțare → **efecte laterale**.



- **Dependență** între mecanismul de întârziere și cel de evaluare ulterioară a expresiilor — închideri/aplicații (varianta 3), `delay/force` (varianta 4) etc.
- Număr **mare** de modificări la **înlocuirea** unui mecanism existent, utilizat de un număr mare de funcții
- Cum se pot **diminua** dependențele?

# Abstracții



Întârziere

**Abstracții**

Fluxuri

Căutare

5 : 17 / 52

# Abstracții procedurale

## Motivație

---

### Context:

- Probleme cu **complexitate** ridicată.
- **Descompunere** în subprobleme, dar până unde?
- Nevoia **restrângerii** detaliilor luate în calcul la un anumit moment → **abstractizare**.
- Lucru la nivel **conceptual**, al gândirii programatorului, deasupra nivelului operațiilor elementare din limbaj.



# Abstracții procedurale

## Exemplu

### Exemplul 21.1.

```
1 (define sum-of-squares
2   (lambda (x y)
3     (+ (square x) (square y))))
4
5 (define square
6   (lambda (x)
7     (* x x)))
```

- sum-of-squares: conceptul de **sumă a pătratelor**, deasupra conceptului de ridicare la pătrat
- square: conceptul de **ridicare la pătrat**, deasupra conceptului de înmulțire



# Abstracții procedurale

## Definiție

---

- **Combinarea** conceptelor pentru obținerea de concepte mai complexe, cu propria **identitate**.
- square, din perspectiva sum-of-squares, **substituibilă** cu orice altă funcție cu același comportament.

### **Definiția 21.2 (Abstracție procedurală).**

Funcționalitate autonomă, **independentă** de implementare.



# Abstracții procedurale

## Cerințe

---

- Izolarea implementării de utilizare → **modularitate**.
- **Reutilizabilitate**.
- square, sum-of-squares → generalizare la nivel de **numere**
- Funcționale (e.g. map, filter, foldl) → generalizare la nivel de **comportament** !
- **Gândirea** în termenii diverselor abstracții răspândite (*patterns*) → aplicarea lor în situații **noi**.



# Abstracții de date

## Motivație

---

- Exemplu: cum **reprezentăm** expresiile cu evaluare întârziată?
- Abordarea din secțiunea precedentă: **1** singur nivel:

funcții ce operează cu expresii  
cu evaluare întârziată:  
**implementare** și **utilizare**,  
sub formă de închideri sau promisiuni



# Abstracții de date

## Soluție

---

- Alternativ: **2** nivele, separate de o **barieră de abstractizare**

funcții ce operează cu expresii cu evaluare întârziată: <b>utilizare</b>
<b>interfață</b> : pack, unpack
expresii cu evaluare întârziată, ca închideri funcționale sau promisiuni: <b>implementare</b>

- Bariera:
  - **limitează** analiza detaliilor
  - elimină dependențele **dintre** nivele

# Abstracții de date

## Definiție

---

### Definiția 21.3 (Abstracție de date).

Tehnică de **separare** a utilizării unei structuri de date de implementarea acesteia.

- Permite **wishful thinking**: utilizarea structurii **înaintea** implementării acesteia.



# Abstracții de date

Implementări diferite, aceeași utilizare; v1: promisiuni

---

## Exemplul 21.4 (Continuare a exemplului 20.1).

```
1 (define-macro pack (lambda (expr)
2   '(delay ,expr)))
3
4 (define unpack force)
5
6 (define prod (lambda (x y)
7   (if x (* (unpack y) (+ (unpack y) 1)) 0)))
8
9 (define test (lambda (x)
10  (let ((y 5))
11    (prod x (pack (begin (display "y␣") y))) )))
```



# Abstracții de date

Implementări diferite, aceeași utilizare; v2: închideri

---

## Exemplul 21.5 (Continuare a exemplului 20.1).

```
1 (define-macro pack (lambda (expr)
2   '(lambda () ,expr) ))
3
4 (define unpack (lambda (p) (p)))
5
6 (define prod (lambda (x y)
7   (if x (* (unpack y) (+ (unpack y) 1)) 0)))
8
9 (define test (lambda (x)
10  (let ((y 5))
11    (prod x (pack (begin (display "y␣") y)))) )))
```

# Fluxuri





## Exemplul 22.1.

Să se determine suma numerelor pare din intervalul  $[a, b]$ .

```
1 (define even-sum-iter ; varianta 1
2   (lambda (a b)
3     (let iter ((n a)
4               (sum 0))
5       (cond ((> n b) sum)
6             ((even? n) (iter (+ n 1) (+ sum n)))
7             (else (iter (+ n 1) sum))))))
8
9 (define even-sum-lists ; varianta 2
10  (lambda (a b)
11    (foldl + 0 (filter even? (interval a b)))))
```

- Varianta 1 – iterativă (d.p.d.v. proces): **eficientă**, datorită spațiului suplimentar constant
- Varianta 2 – folosește liste:
  - elegantă și concisă
  - **ineficientă**, datorită spațiului posibil mare, ocupat la un moment dat – toate numerele din intervalul  $[a, b]$
- Cum **îmbinăm** avantajele celor 2 abordări?

# Fluxuri

## Caracteristici

---

- Secvențe construite **parțial**, extinse la cerere, ce creează **iluzia** completitudinii structurii
- Îmbinarea **eleganței** manipulării listelor cu **eficiența** calculului incremental
- Bariera de abstractizare:
  - componentele listelor evaluate la **construcție** (`cons`)
  - componentele fluxurilor evaluate la **selecție** (`cdr`)
- Construcție și utilizare:
  - **separate** la nivel conceptual → **modularitate**
  - **întrepătrunse** la nivel de proces



# Fluxuri

## Operatori: construcție și selecție

---

- cons, car, cdr, nil, null?.

```
1 (define-macro stream-cons (lambda (head tail)
2   '(cons ,head (pack ,tail))))
3
4 (define stream-car car)
5
6 (define stream-cdr (lambda (s)
7   (unpack (cdr s))))
8
9 (define stream-null '())
10
11 (define stream-null? null?)
```



# Fluxuri

## Operatori: take și drop

---

- selecție / eliminare dintr-un flux a  $n$  elemente.

```
1 (define stream-take (lambda (n s)
2   (cond ((zero? n) '())
3         ((stream-null? s) '())
4         (else (cons (stream-car s)
5                      (stream-take (- n 1) stream-cdr s))))
6 )))
7
8 (define stream-drop (lambda (n s)
9   (cond ((zero? n) s)
10        ((stream-null? s) s)
11        (else (stream-drop (- n 1) (stream-cdr s))))
12 )))
```



# Fluxuri

## Operatori: map și filter

---

- operatori de aplicare și filtrare pe liste.

```
1 (define stream-map (lambda (f s)
2   (if (stream-null? s) s
3       (stream-cons (f (stream-car s))
4                     (stream-map f (stream-cdr s))))
5 )))
6
7 (define stream-filter (lambda (f? s)
8   (cond ((stream-null? s) s)
9         ((f? (stream-car s))
10          (stream-cons (stream-car s)
11                        (stream-filter f? (stream-cdr s))))
12         (else (stream-filter f? (stream-cdr s))))
13 )))
```



# Fluxuri

## Operatori: zip, append și conversie

---

```
1 (define stream-zip (lambda (f s1 s2)
2   (if (stream-null? s1) s2
3     (stream-cons (f (stream-car s1) (stream-car s2))
4       (stream-zip f (stream-cdr s1) (stream-cdr s2))))
5 )))
6
7 (define stream-append (lambda (s1 s2)
8   (if (stream-null? s1) s2
9     (stream-cons (stream-car s1)
10      (stream-append (stream-cdr s1) s2))))))
11
12 (define list->stream (lambda (L)
13   (if (null? L) stream-null
14     (stream-cons (car L) (list->stream (cdr L))))))
```



# Fluxuri – Exemple

## Implementarea unui flux de numere 1

---

- Definiție cu închideri:

```
(define ones (lambda ()(cons 1 (lambda ()(ones))))))
```

- Definiție cu fluxuri:

```
1 (define ones (stream-cons 1 ones))  
2 (stream-take 5 ones) ; (1 1 1 1 1)
```

- Definiție cu promisiuni:

```
(define ones (delay (cons 1 ones)))
```





# Fluxuri – Exemple

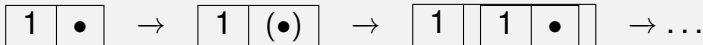
## Flux de numere 1 – discuție

---

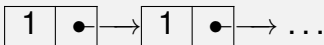
- Extinderea se realizează în spațiu constant:



- Ca proces:



- Structural:



# Fluxul numerelor naturale

## Formulare explicită

---

```
1 (define naturals-from (lambda (n)
2   (stream-cons n (naturals-from (+ n 1)))))
3
4 (define naturals (naturals-from 0))
```

- Închideri: multiple parcurgeri ale fluxului determină **reevaluarea** porțiunilor deja explorate.
- Promisiuni: multiple parcurgeri ale fluxului determină evaluarea **dincolo** de porțiunile deja explorate.



# Fluxul numerelor naturale

## Formulare implicită

---

```
1 (define naturals
2   (stream-cons 0
3     (stream-zip-with + ones naturals)))
```

- Porțiunea **deja** explorată din flux poate fi utilizată pentru explorarea porțiunii următoare



# Fluxul numerelor pare

În două variante

---

```
1 (define even-naturals
2   (stream-filter even? naturals))
3
4 (define even-naturals
5   (stream-zip-with + naturals naturals))
```



# Fluxul numerelor prime

## Metodă

---

- Ciurul lui **Eratostene**.
- Pornim de la fluxul numerelor **naturale**, începând cu 2.
- Elementul **curent** din fluxul inițial aparține fluxului numerelor prime.
- **Restul** fluxului generat se obține
  - eliminând **multiplii** elementului curent din fluxul inițial;
  - continuând procesul de **filtrare**, cu elementul următor.



# Fluxul numerelor prime

## Implementare

---

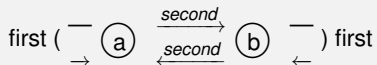
```
1 (define sieve (lambda (s)
2   (if (stream-null? s) s
3       (stream-cons (stream-car s)
4                     (sieve (stream-filter
5                             (lambda (n) (not (zero?
6                                             (remainder n (stream-car s))))))
7                       (stream-cdr s)
8                     )))
9 )))
10
11 (define primes (sieve (naturals-from 2)))
```



# Grafuri ciclice

## Concept

---



- Fiecare nod conține:
  - cheia: `key`
  - legăturile către două noduri: `first`, `second`



# Grafuri ciclice

## Implementare

---

```
1 (define-macro node
2   (lambda (key fst snd)
3     `(pack (list ,key ,fst ,snd))))
4
5 (define key car)
6 (define fst (compose unpack cadr))
7 (define snd (compose unpack caddr))
8
9 (define graph
10  (letrec ((a (node 'a a b))
11           (b (node 'b b a)))
12    (unpack a)))
13
14 (eq? graph (fst graph)) ; similar cu == din Java
15 ; #f pentru inchideri, #t pentru promisiuni
```

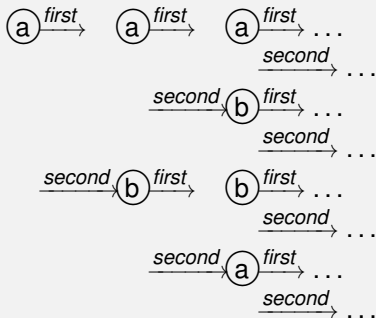




# Grafuri ciclice

## Explorare

- Explorarea grafului în cazul **închiderilor**: nodurile sunt **regenerate** la fiecare vizitare.



# Căutare



Întârziere

Abstracții

Fluxuri

**Căutare**

5 : 45 / 52

# Spațiul stărilor unei probleme

## Definiția 23.1 (Spațiul stărilor unei probleme).

Mulțimea configurațiilor valide din universul problemei.

## Exemplul 23.2.

Fie problema  $Pal_n$ : *Să se determine palindroamele de lungime cel puțin  $n$ , ce se pot forma cu elementele unui alfabet fixat.*

**Stările** problemei → **toate** șirurile generabile cu elementele alfabetului respectiv.



# Specificarea unei probleme prin spațiul stărilor

Aplicație pe  $Pal_n$

---

- Starea **inițială**: șirul vid
- Operatorii de generare a stărilor **succesor** ale unei stări: inserarea unui caracter la începutul unui șir dat
- Operatorul de verificare a proprietății de **scop** a unei stări: palindrom



# Căutare în spațiul stărilor

---

- Spațiul stărilor ca **graf**:
  - noduri: **stări**
  - muchii (orientate): **transformări** ale stărilor în stări succesori
- Posibile strategii de **căutare**:
  - lățime: **completă** și optimală
  - adâncime: **incompletă** și suboptimală



# Căutare în lățime

## Obișnuită

---

```
1 (define breadth-search-goal
2   (lambda (init expand goal?)
3     (letrec ((search (lambda (states)
4       (if (null? states) '()
5           (let ((state (car states)) (states (cdr states)))
6             (if (goal? state) state
7                 (search (append states (expand state))))
8             )))))
9   (search (list init))))
```

- Generarea unei **singure** soluții
- Cum le obținem pe **celelalte**, mai ales dacă spațiul e **infinite**?



# Căutare în lățime

## Leneșă (1) – fluxul stărilor *scop*

---

```
1 (define lazy-breadth-search (lambda (init expand)
2   (letrec ((search (lambda (states)
3     (if (stream-null? states) states
4       (let ((state (stream-car states))
5           (states (stream-cdr states)))
6         (stream-cons state
7           (search (stream-append states
8             (expand state))))
9       ))))))
10 (search (stream-cons init stream-null))
11 )))
```



# Căutare în lățime

## Leneșă (2)

---

```
1 (define lazy-breadth-search-goal
2   (lambda (init expand goal?)
3     (stream-filter goal?
4       (lazy-breadth-search init expand)))
5 ))
```

- Nivel înalt, conceptual: **separare** între explorarea spațiului și identificarea stărilor *scop*.
- Nivel scăzut, al instrucțiunilor: **întrepătrunderea** celor două aspecte.
- Aplicații:
  - Palindroame
  - Problema regiilor





# Sfârșitul cursului 5

## Ce am învățat

---

- Aplicații ale evaluării întârziate, abstractizare procedurală, fluxuri, căutare în spațiul stărilor.

